重庆市第八中学2024届高考适应性月考卷（二）
数 学

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.

2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.

3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回. 满分150分，考试用时120分钟.

一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A=\{x\mid 2x^2-5x+2<0\}$，$B=\left\{x\mid \frac{1}{x}<1\right\}$，则 $A\cap B=$

A. $\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{2},\ 1\right)$　　C. $(1,\ 2)$　　D. $(2,\ +\infty)$

2. 已知复数 $z=\frac{2+4i}{1-2i}$（i为虚数单位），则 $|z|=$

A. 2　　B. $\frac{10}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{41}}{5}$　　D. $\frac{\sqrt{41}}{3}$

3. 哈雷彗星是唯一能用裸眼直接看见的短周期彗星，其绕太阳公转周期为76年，曾于1606年回到近日点. 奥伯斯彗星的绕太阳公转周期为70年. 也曾于1606年回到近日点，则哈雷彗星与奥伯斯彗星下次同年回到近日点的年份为

A. 3916年　　B. 4190年　　C. 4266年　　D. 4570年

4. 从12的正因数中，随机选取2个不同的数，则这两个数的和为素数的概率是

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{1}{5}$　　D. $\frac{1}{6}$

5. 设双曲线 C：$x^2-\frac{y^2}{2}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 M 在 C 的右支上，且 $\angle MF_1F_2=30°$，则 $\triangle MF_1F_2$ 的面积为

A. 2　　B. $\sqrt{6}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $4+2\sqrt{3}$

6. 已知奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(x)$，当 $x\in(0,\ 1)$ 时，$f(x)=2^x$，则 $f(\log_2 3)=$

A. $-\frac{8}{3}$　　B. $-\frac{4}{3}$　　C. $-\frac{2}{3}$　　D. $-\frac{1}{3}$

7. 在等比数列$\{a_n\}$中，若$a_1 \cdot a_5 \cdot a_{12}$为一确定的常数，记数列$\{a_n\}$的前$n$项积为$T_n$，则下列各数为常数的是

A. T_6　　B. T_8　　C. T_{10}　　D. T_{11}

8. 已知$\vec{a}$，$\vec{b}$、$\vec{e}$是平面向量，$\vec{e}$是单位向量. 若非零向量$\vec{a}$与$\vec{e}$的夹角为$\frac{\pi}{4}$，向量$\vec{b}$满足$\vec{b}^2-4\vec{e}\cdot\vec{b}+3=0$，则$|\vec{a}-\vec{b}|$的最小值是

A. $2-\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}-1$　　C. $\sqrt{2}+1$　　D. $2-\sqrt{3}$

二、多项选择题（本大题共4个小题，每小题5分，共20分，在每个给出的四个选项中，有多项是满足要求的，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分）

9. 将函数$y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位，再将各点的横坐标伸长为原来的2倍（纵坐标不变）得到函数$f(x)$的图象，则

A. $x=\frac{2\pi}{3}$为函数$f(x)$的一条对称轴

B. $x=\frac{\pi}{6}$为函数$f(x)$的一条对称轴

C. $\left(\frac{7\pi}{6},\ 0\right)$为函数$f(x)$的一个对称中心

D. $\left(-\frac{\pi}{3},\ 0\right)$为函数$f(x)$的一个对称中心

10. 下列关于复数z_1，z_2的叙述，正确的是

A. 若$|z_1-z_2|=0$，则$\overline{z_1}=\overline{z_2}$　　B. 若$|z_1|>|z_2|$，则$z_1^2>z_2^2$

C. $|z_1z_2|=|z_1||z_2|$　　D. $|z_1|+|z_2|\geqslant|\overline{z_1}+\overline{z_2}|$

11. 已知$a>0$，且$a\neq1$，函数$f(x)=\frac{a^x-1}{a^x+1}$，$g(x)=\frac{1-a^x}{1+a^x}$，则

A. 曲线$y=f(x)$与曲线$y=g(x)$关于x轴对称

B. 曲线$y=f(x)$与曲线$y=g(x)$关于y轴对称

C. 当$a>1$时，函数$y=f(x)g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增

D. 当$0<a<1$时，函数$y=f(x)g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减

12. 甲、乙、丙、丁四人玩报数游戏：第一轮，甲报数字1，乙报数字2，3，丙报数字4，5，6，丁报数字7，8，9，10；第二轮，甲报数字11，12，13，14，15，依次循环，直到报出数字10000，游戏结束，则

A. 甲在第10轮报了33个数字　　B. 数字2023是丁报的

C. 甲共报了37轮　　D. 甲在前四轮所报数字之和为1540

三、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 已知平面向量 $\vec{a}=(-1,2)$，$\vec{b}=(2,m)$，若 $\vec{a}$ 与 $2\vec{b}-\vec{a}$ 平行，则 $m=$______.

14. 在一次男子羽毛球单打比赛中，运动员甲和乙进入了决赛（比赛采用3局2胜制），假设每局比赛甲获胜的概率为0.6. 现采用随机模拟方法估计甲获得冠军的概率，先由计算机产生1～5之间的随机数，指定1，2，3表示一局比赛中甲胜，4，5表示一局比赛中乙胜. 经随机模拟产生了如下20组随机数：

334　221　433　551　454　452　315　142　331　423

212　541　121　451　231　414　312　552　324　115

据此估计甲获得冠军的概率为______.

15. 若 $\cos\alpha+3\cos\beta=\sqrt{10}$，$\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$，则 $\cos2\beta=$______.

16. 已知函数 $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}-ax-b$ 的定义域是 $[2,4]$，记 $|f(x)|$ 的最大值为 M，当 a，b 变化时，M 的最小值为______.

四、解答题（共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分10分）

如图1，在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，平面 $CBB_1C_1\perp$ 平面 ABC，$CA\perp CB$ 且 $CA=CB$，点 A 到平面 BCC_1B_1 的距离为1，$AA_1=2$.

（1）求证：$CA\perp AA_1$；

（2）若 $\angle B_1BC=60°$，求平面 A_1C_1B 与平面 ABC 夹角的余弦值.

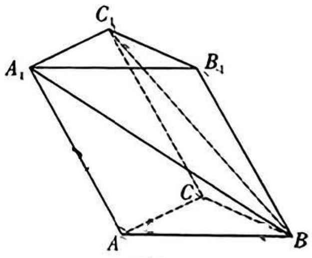

图1

18.（本小题满分12分）

记 $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $2a\cos C=b\sin B$，$\sin(C-A)=-1+\sin B$.

（1）证明：$\triangle ABC$ 为等腰直角三角形；

（2）已知 $2\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MC}$，$\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{NC}$，直线 AN 与 BM 相交于点 P，求 $\angle MPN$ 的余弦值.

19.（本小题满分 12 分）

某校为了弘扬中国诗词文化，现要求全校学生参加诗词大赛，随机抽取了 100 名学生的测试成绩（单位：分），将数据分成 5 组：$[50,60)$，$[60,70)$，$[70,80)$，$[80,90)$，$[90,100]$，并整理得到如图 2 的频率分布直方图.

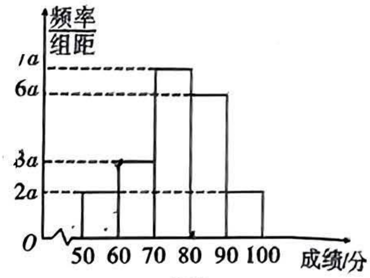

图 2

（1）估计该校学生的测试成绩的中位数及平均数（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

（2）若规定成绩不低于 80 分的记为“诗词达人”，已知被抽取的男生中的“诗词达人”人数占被抽取男生总数的一半，且本次调查得出“在犯错误的概率不超过 5%的前提下认为是否为诗词达人与性别有关”的结论，则被调查的 100 名学生中男生至少有多少人？

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(\chi^2\geqslant\chi_0)$	0.100	0.050	0.025	0.010
χ_0	2.706	3.841	5.024	6.635

20.（本小题满分 12 分）

已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $2a_n=2n+S_n$ 对一切正整数 n 都成立，记 $b_n=a_n+2$.

（1）求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）已知 $c_n=\begin{cases}a_{\frac{n}{3}}, & n=3k,\\ \log_2 b_n, & n\neq 3k,\end{cases}$ k 为正整数. 记数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，求 T_{29}.

21.（本小题满分 12 分）

已知抛物线 C：$y^2=4x$ 的顶点为 O，过点 $(2,0)$ 的直线交 C 于 A，B 两点.

（1）判断 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ 是否为定值，并说明理由；

（2）设直线 OA，OB 分别与直线 l：$y=x+1$ 交于点 D，E，求 $|DE|$ 的最小值.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=ae^x-\dfrac{1}{2}x^2+a$ 有两个不同的极值点 x_1，$x_2(x_1<x_2)$.

（1）求实数 a 的取值范围；

（2）已知 $m>0$，且 $x_1+mx_2>m+1$，求 m 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。