考号____________ 姓名____________ 班级____________ 学校____________

密 封 线 内 不 要 答 题

河南省高三 名校联考入学摸底考试

数 学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$，$N=\{x|x^2-5x+6>0\}$，则 $M\cap N=$

A. $\{2,3\}$　　B. $\{-1,0,1\}$

C. $\{-3,-2,2,3\}$　　D. $\{-3,-2,-1,0,1\}$

2. 已知复数 $z=\dfrac{\sqrt{2}-\mathrm{i}}{\sqrt{2}+\mathrm{i}}$，则 $z+\bar{z}=$

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. 2　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $2\mathrm{i}$

3. 已知 $a=(\dfrac{1}{2})^{\frac{3}{5}}$，$b=(\dfrac{1}{2})^{\frac{5}{3}}$，$c=\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{5}$，则

A. $b<a<c$　　B. $a<b<c$　　C. $c<a<b$　　D. $c<b<a$

4. 在△ABC 中，$AB=AC=5$，$BC=6$，E，F 分别为边 BC，AB 的中点，则 $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{EC}=$

A. $\dfrac{5}{2}$　　B. $\dfrac{7}{4}$　　C. $-\dfrac{7}{2}$　　D. $-\dfrac{9}{2}$

5. 有一组样本数据为 33，66，99，101，134，167，其方差为 s_0^2. 现准备再添加一个新数据 x_7，若 $x_7=100$，其与原有的 6 个数据构成的新样本的方差记为 s_1^2，若 $x_7=33$，其与原有的 6 个数据构成的新样本的方差记为 s_2^2，则

A. $s_0^2>s_1^2>s_2^2$　　B. $s_0^2>s_2^2>s_1^2$

C. $s_2^2>s_0^2>s_1^2$　　D. $s_1^2>s_0^2>s_2^2$

6. 已知 m，n，l 是三条不同的直线，α，β 是两个不同的平面，且 $m\perp l$，$m\perp\alpha$，$n\perp l$，$n\perp\beta$，则下列命题错误的是

A. 若 $m\perp n$，则 $\alpha\perp\beta$　　B. 若 $m/\!/n$，则 $\alpha/\!/\beta$

C. 若 $m/\!/\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$　　D. 若 $m\perp\beta$，则 $n\perp\alpha$

7. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{3})(\omega>0)$ 在 $(0,\dfrac{\pi}{2})$ 上没有零点，则 ω 的取值范围是

A. $(0,1]$　　B. $(0,\dfrac{4}{3}]$　　C. $(0,\dfrac{3}{2})$　　D. $(\dfrac{2}{3},1)$

8. 已知矩形 $ABCD$ 的顶点都在椭圆 $M:\frac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>0)$ 上，若该矩形面积的最大值为 S，且 $S\in[4,6]$，则 a 的取值范围是

A. $[\sqrt{2},3]$　　B. $[2,3]$

C. $[\frac{3}{2},2]$　　D. $[\sqrt{2},\sqrt{3}]$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知 $0<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$，$\cos\beta=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\cos(\beta-\alpha)=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，则

A. $\sin\beta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. $\sin(\beta-\alpha)=-\frac{\sqrt{10}}{10}$

C. $\sin 2\beta=\frac{4}{5}$　　D. $\alpha=\frac{\pi}{4}$

10. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(x+y)=f(x)+f(y)$，则

A. $f(0)=0$　　B. $f(x)$ 是奇函数

C. $x=0$ 为 $f(x)$ 的极小值点　　D. 若 $f(1)=1$，则 $f(2023)=2023$

11. 已知函数 $f(x)=\frac{x^2}{x-3}$，下列结论正确的是

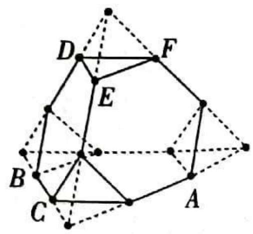
A. $f(x)$ 在 $(0,6)$ 上单调递减

B. $f(x)$ 的图象关于点 $(3,6)$ 对称

C. 曲线 $y=f(x)$ 与 x 轴相切

D. $f(x)$ 的值域为 $(-\infty,0]\cup[12,+\infty)$

12. 半正多面体亦称“阿基米德体”“阿基米德多面体”，是由边数不全相同的正多边形为面的多面体. 某半正多面体由 4 个正三角形和 4 个正六边形构成，其可由正四面体切割而成. 在如图所示的半正多面体中，若其棱长为 1，则下列结论正确的是



A. 该半正多面体的表面积为 $\frac{21\sqrt{3}}{4}$

B. 该半正多面体的体积为 $\frac{23\sqrt{2}}{12}$

C. 该半正多面体外接球的表面积为 $\frac{11\pi}{2}$

D. 若点 M,N 分别在线段 DE,BC 上，则 $FM+MN+AN$ 的最小值为 $\sqrt{19}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 请将答案填在答题卡对应题号的位置上.

13. 已知双曲线 $C:x^2-\frac{y^2}{m}=1$ 的离心率为 3，则 C 的虚轴长为___▲___.

14. 从 1,2,3,4,5,6 中任取出两个奇数和两个偶数，则可以组成___▲___个没有重复数字的四位偶数.（用数字作答）

15. 已知圆 $M:(x-5)^2+(y-5)^2=16$，点 N 在直线 $l:3x+4y-5=0$ 上，过点 N 作直线 NP 与圆 M 相切于点 P，则△MNP 的周长的最小值为___▲___.

16. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_n=\frac{n+1}{2^n}$，若对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，都有 $0<tS_n<5$，则 t 的取值范围是＿▲＿.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

已知△ABC 的周长为 $10+2\sqrt{7}$，且$\sqrt{7}\sin A+\sqrt{7}\sin B=5\sin C$.

(1)求 AB 的长；

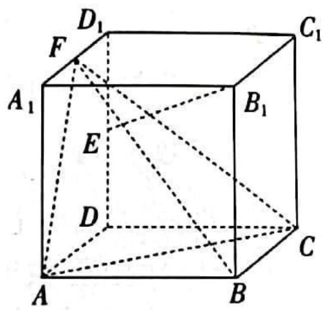
(2)若△ABC 的面积为 $12\sin C$，求 C.

18.（12 分）

如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别是棱 DD_1，A_1D_1 的中点.

(1)证明：$B_1E\perp$平面 ACF.

(2)求二面角 $B-AF-C$ 的余弦值.



19.（12 分）

已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$na_{n+1}-(n+1)a_n=1$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若数列$\{b_n\}$满足 $b_1=a_1$，$b_2=a_2+a_3$，$b_3=a_4+a_5+a_6$，$b_4=a_7+a_8+a_9+a_{10}$，…，依此类推，求$\{b_n\}$的通项公式

20.（12 分）

已知抛物线 $C_1:y^2=2p_1x(p_1>0)$与抛物线 $C_2:x^2=2p_2y(p_2>0)$在第一象限交于点 P.

(1)已知 F 为抛物线 C_1 的焦点，若 PF 的中点坐标为$(1,1)$，求 p_1.

(2)设 O 为坐标原点，直线 OP 的斜率为 k_1. 若斜率为 k_2 的直线 l 与抛物线 C_1 和 C_2 均相切，证明 k_1+k_2 为定值，并求出该定值.

21.(12 分)

甲、乙两人组成“梦想队”参加“极速猜歌”比赛,比赛共两轮,每轮比赛从队伍中选出一人参与,参与比赛的选手从曲库中随机抽取一首进行猜歌名. 若每轮比赛中甲、乙参与比赛的概率相同. 甲首次参与猜歌名,猜对的概率为$\frac{2}{3}$;甲在第一次猜对歌名的条件下,第二次也猜对的概率为$\frac{3}{4}$;甲在第一次猜错歌名的条件下,第二次猜对的概率为$\frac{1}{2}$. 乙首次参与猜歌名,猜对的概率为$\frac{1}{2}$;乙在第一次猜对歌名的条件下,第二次也猜对的概率为$\frac{2}{3}$;乙在第一次猜错歌名的条件下,第二次猜对的概率为$\frac{1}{2}$. 甲、乙互不影响.

(1)求在两轮比赛中,甲只参与一轮比赛的概率;

(2)记“梦想队”一共猜对了 X 首歌名,求 X 的分布列及期望.

22.(12 分)

已知函数 $f(x)=\cos x+ax\sin x$.

(1)若 $a=1$,求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(\pi,f(\pi))$ 处的切线方程;

(2)若 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点,求 a 的取值范围.