

★ 绝密 ★ 启用前

吉林市普通中学 2022-2023 学年度高三毕业年级第三次调研测试

数 学

本试卷共 22 小题，共 150 分，共 6 页，考试时间 120 分钟，考试结束后，将答题卡和试题卷一并交回。

第 I 卷（共 60 分）

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个符合题目要求。

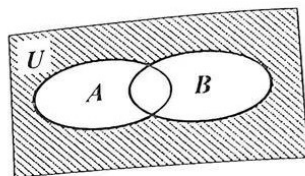
1. 已知全集 $U = \mathbb{R}$ ，集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$ ， $B = \{y | y = 2^x, x \in \mathbb{R}\}$ ，则下图阴影部分所对应的集合为

A. $\{x | x < -1\}$

~~B.~~ $\{x | x \leq -1\}$

C. $\{x | x \leq 0 \text{ 或 } x > 3\}$

~~D.~~ $\{x | 0 < x \leq 3\}$



2. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ ，直线 $l: x - y + 1 = 0$ ，则圆心 C 到直线 l 的距离为

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

3. 大衍数列，来源于《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论，主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理。数列中的每一项，都代表太极衍生过程中，曾经经历过的两仪数量总和，是中华传统文化中隐藏着的世界数学史上第一道数列题。其前 10 项依次是 0, 2, 4, 8, 12, 18, 24, 32, 40, 50，则此数列的第 25 项与第 24 项的差为

A. 22

B. 24

C. 25

D. 26

4. 已知直线 a, b 与平面 α, β, γ ，能使 $\alpha \perp \beta$ 的充分条件是

A. $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$

~~B.~~ $a \perp \alpha, a \perp \beta$

C. $a \perp \beta, a \subset \alpha$

~~D.~~ $\alpha \cap \beta = b, a \subset \alpha, a \perp b$

高三数学试题 第 1 页（共 6 页）

5.

5. “甲流”是甲型流感的简称，是由甲型流感病毒感染引起的急性呼吸道传染病，可呈季节性流行，北半球多在冬春季节发生。近期，我国多地纷纷进入“甲流”高发期，某地 A ， B 两所医院因发热就诊的患者中分别有 25%，19% 被确诊为“甲流”感染，且到 A 医院就诊的发热患者人数是到 B 医院的三倍，现从到这两所医院就诊的发热患者中任选一人，则此人未感染“甲流”的概率是

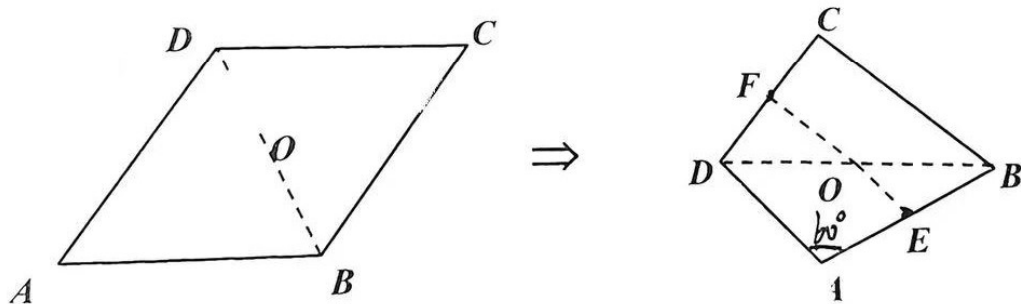
- A. 0.78
B. 0.765
C. 0.59
D. 0.235

6. 已知 $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < 0$ ，则下列不等式不一定成立的是

- A. $a < b$
B. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2$
C. $a - \frac{1}{a} < b - \frac{1}{b}$
D. $\ln(b-a) > 0 \quad |n+0.$

7. 如图，菱形纸片 $ABCD$ 中， $\angle A = \frac{\pi}{3}$ ， O 为菱形 $ABCD$ 的中心，将纸片沿对角线 BD 折起，使得二面角 $A-BD-C$ 为 $\frac{\pi}{3}$ ， E, F 分别为 AB, CD 的中点，则折纸后 $\cos \angle EOF =$

- A. $\frac{1}{8}$
B. $\frac{1}{2}$
C. $-\frac{5}{8}$
D. 0



8. 已知不等式 $2\lambda e^{2x} + \ln \lambda \geq \ln x$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 上恒成立，则实数 λ 的取值范围是

- A. $(0, \frac{1}{2e}]$
B. $(0, \frac{1}{4e}]$
C. $[\frac{1}{2e}, +\infty)$
D. $[\frac{1}{4e}, +\infty)$

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 从 4 名男生和 3 名女生中选出 4 人去参加一项创新大赛，下列说法正确的是

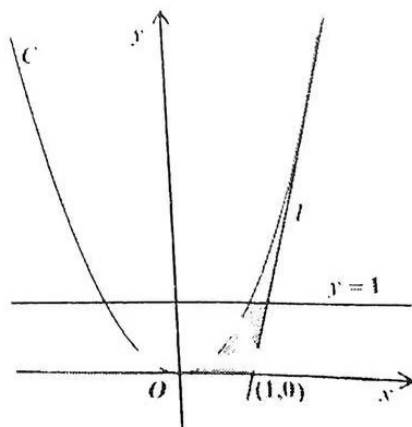
- A. 若 4 人中男生女生各选 2 人，则有 18 种选法
- B. 若男生甲和女生乙必须在内，则有 12 种选法
- C. 若男生甲和女生乙至少有 1 人在内，则有 15 种选法
- D. 若 4 人中既有男生又有女生，则有 34 种选法

10. 已知复数 $z_1 = m^2 - 1 + (m + 1)i$ ， $z_2 = \cos 2\theta + i \sin \theta$ ，下列说法正确的是

- A. 若 z_1 纯虚数，则 $m = 1$
- B. 若 z_2 为实数，则 $\theta = k\pi$ ， $k \in Z$
- C. 若 $z_1 = z_2$ ，则 $m = 0$ 或 $m = -\frac{4}{3}$
- D. 若 $z_1 \geq 0$ ，则 m 的取值范围是 $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

11. 祖暅是我国南北朝时期数学家、天文学家，他提出了体积计算原理：“幂势既同，则积不容异。”这就是祖暅原理，比西方发现早一千一百多年。即：夹在两个平行平面之间的两个几何体，被平行于这两个平面的任意平面所截，如果截得的两个截面的面积总相等，那么这两个几何体的体积相等。如图，曲线 $C: y = x^2$ ，过点 $(1, 0)$ 作曲线 C 的切线 l (l 的斜率不为 0)，将曲线 C 、直线 l 、直线 $y = 1$ 及 x 轴所围成的阴影部分绕 y 轴旋转一周所得的几何体记为 Ω ，过点 $(0, t)$ ($0 \leq t \leq 1$) 作 Ω 的水平截面，所得截面面积为 S ，利用祖暅原理，可得出 Ω 的体积为 V ，则

- A. $S = (1 + \frac{t}{4})^2 \pi$ ($0 \leq t \leq 1$)
- B. $S = (1 - \frac{t}{4})^2 \pi$ ($0 \leq t \leq 1$)
- C. $V = \frac{15\pi}{16}$
- D. $V = \frac{37\pi}{48}$



12. 设定义在 R 上的可导函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的导函数分别为 $f'(x)$ 和 $g'(x)$, 若

$$f(x) = g(2x-1) + 2x, \quad f(x+1) \text{ 与 } g(x) \text{ 均为偶函数. 则}$$

A. $g'(1) = 1$

B. $g'(2023) = 2023$

C. $f'(2) = -4$

D. $\sum_{i=1}^{2023} f'(\frac{i}{100}) = 198$

第 11 卷 (共 90 分)

一、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 其中第 16 题的第一个空填对得 2 分, 第二个空填对得 3 分.

13. $(2+x)^4(x-y)^3$ 的展开式中, x^4y^2 的系数是 _____.

14. 已知 \vec{a}, \vec{b} 是单位向量, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. 若向量 \vec{c} 满足 $|\vec{c} - \vec{a} - 2\vec{b}| = 1$, 则 $|\vec{c}|$ 的最大值是 _____.

15. 规定: $Max\{a, b\} = \begin{cases} a, & a \geq b, \\ b, & a < b. \end{cases}$ 设函数 $f(x) = Max\{\sin \omega x, \cos \omega x\} (\omega > 0)$, 若函数

$f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$ 上单调递增, 则实数 ω 的取值范围是 _____.

16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过焦点 F_2 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, 椭圆 C 在 A, B 两点处的切线交于点 P , 则点 P 的横坐标为 _____, 若 $\Delta F_1 F_2 P$ 的垂心为点 H , 则 $|PH|$ 的最小值是 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = \begin{cases} 2^{n-2}, & n \text{ 为奇数,} \\ 3n-2, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$ $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

(I) 求 a_1, a_2 , 并判断 1024 是数列中的第几项;

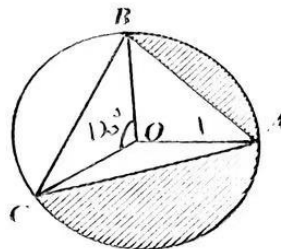
(II) 求 S_{2n-1} .

18. (本小题满分 12 分)

如图, 圆 O 为 $\triangle ABC$ 的外接圆, 且 O 在 $\triangle ABC$ 内部, $OA = 1$, $\angle BOC = \frac{2\pi}{3}$.

(I) 当 $\angle OCB = \frac{\pi}{4}$ 时, 求 AC ;

(II) 求图中阴影部分面积的最小值.



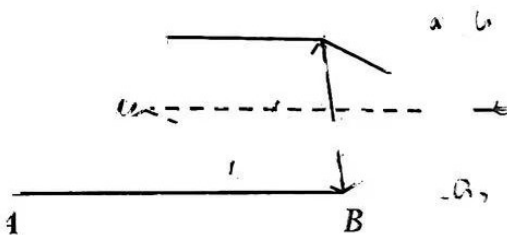
19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四面体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABFE$ 和四边形 $CDEF$ 均是等腰梯形, 底面 $ABCD$ 为矩形, AC 与 BD 的交点为 O , $EF \parallel$ 平面 $ABCD$, 且 EF 与底面 $ABCD$ 的距离为 $\sqrt{2}$, $AE = ED$, $AB = 2EF = 4$, $AD = 2\sqrt{2}$.

(I) 求证: $FO \parallel$ 平面 ADE ;

(II) 在线段 BF 上是否存在一点 M , 使得 CM 与平面 ADE 所成角的正弦值为 $\frac{1}{2}$?

若存在, 请确定点 M 的位置; 若不存在, 请说明理由.



20. (本小题满分 12 分)

2022 年 11 月 20 日, 卡塔尔足球世界杯正式开幕, 世界杯上的中国元素随处可见. 从体育场建设到电力保障, 从赛场内的裁判到赛场外的吉祥物……中国制造为卡塔尔世界杯提供了强有力的支持. 国内也再次掀起足球热潮. 某地足球协会组建球队参加业余比赛. 该足球队教练组为了考查球员甲对球队的贡献, 作出如下数据统计 (甲参加过的比赛均分出了输赢):

	球队输球	球队赢球	总计
甲参加	2	30	32
甲未参加	8	10	18
总计	10	40	50

(I) 根据小概率值 $\alpha = 0.005$ 的独立性检验, 能否认为该球队赢球与甲球员参赛有关联;

(II) 从该球队中任选一人, A 表示事件“选中的球员参赛”, B 表示事件“球队输球”.

$\frac{P(B|A)}{P(B|\bar{A})}$ 与 $\frac{P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B}|\bar{A})}$ 的比值是选中的球员参赛对球队贡献程度的一项度量指标,

记该指标为 R .

(i) 证明: $R = \frac{P(A|B)}{P(A|\bar{B})} \cdot \frac{P(\bar{A}|\bar{B})}{P(\bar{A}|B)}$;

(ii) 利用球员甲数据统计, 给出 $P(A|B)$, $P(A|\bar{B})$ 的估计值, 并求出 R 的估计值.

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

参考数据:

α	0.05	0.01	0.005	0.001
χ_α^2	3.841	6.635	7.879	10.828

21. (本小题满分 12 分)

已知点 $F(0,1)$, 动点 M 在直线 $l: y = -1$ 上, 过点 M 且垂直于 x 轴的直线与线段 MF 的垂直平分线交于点 P , 记点 P 的轨迹为曲线 C .

(I) 求曲线 C 的方程;

(II) 已知圆 $x^2 + (y+2)^2 = 4$ 的一条直径为 AB , 延长 AO , BO 分别交曲线 C 于 S, T 两点, 求四边形 $ABST$ 面积的最小值.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x$ (e 是自然对数的底数), $g(x) = \sin x$.

(I) 若函数 $m(x) = f(x)g(x)$, 求函数 $m(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上的最大值.

(II) 若函数 $y = |g(x)|$ 的图象与直线 $y = kx (k > 0)$ 有且仅有三个公共点, 公共点横坐标

的最大值为 α , 求证: $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha} = \frac{\alpha(\alpha^2 + 1)}{2(1 - \alpha^2)}$.

命题、校对: 数学学科核心组

高三数学试题 第 6 页 (共 6 页)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw