射洪中学高 2020 级高三下期入学考试
理科数学试题

命题人：刘战勇 审题人：曹剑 校对人：谭彦知

考试时间：120 分钟；考试满分：150 分

注意事项：

1．答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位置贴好条形码。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷（选择题）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{x|x^2-5x-6<0\}$，$B=\{x|x-2<0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{x|-1<x<2\}$　　B. $\{x|-2<x<2\}$

C. $\{x|-6<x<2\}$　　D. $\{x|-3<x<2\}$

2．已知 i 是虚数单位，则 $(-1+i)(2-i)=$（　　）

A．$-3+i$　　B．$-1+3i$　　C．$-3+3i$　　D．$-1+i$

3．已知向量 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(3,0)$，若 $(\lambda\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{a}$，则实数 $\lambda=$（　　）

A．0　　B．$\dfrac{3}{5}$　　C．1　　D．3

4．下列说法正确的是（　　）

A. 在做回归分析时，残差图中残差点分布的带状区域的宽度越窄表示回归效果越差

B. 某地气象局预报：6 月 9 日本地降水概率为 90%，结果这天没下雨，这表明天气预报并不科学

C. 数据 2，3，4，5 的方差是数据 4，6，8，10 的方差的一半

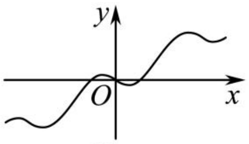
D. 在回归直线方程 $\hat{y}=0.1x+10$，当解释变量每增加 1 个单位时，预报变量多增加 0.1 个单位

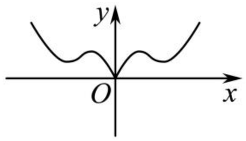
5．已知 $x\in(0,\pi)$，则“$\cos x=-\dfrac{1}{2}$”是“$\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$”的（　）

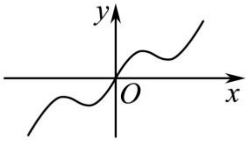
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

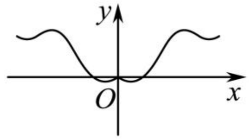
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

6. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{4}x^2+\cos x$，则其导函数 $f'(x)$ 的图象大致是

A. 

B. 

C. 

D. 

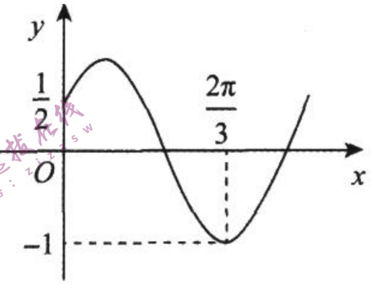
7．在（x+2）^{6}展开式中，二项式系数的最大值为 m，含 x^4 的系数为 n，则$\frac{n}{m}$=（　　）

A．3　　　　B．4　　　　C．$\frac{1}{3}$　　　　D．$\frac{1}{4}$

8．已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=\dfrac{2a_n}{a_n+2}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，则数列$\left\{\dfrac{a_n}{n+1}\right\}$的前 10 项和$S_{10}=$（　　）

A. $\frac{16}{11}$　　　　B. $\frac{18}{11}$　　　　C. $\frac{20}{11}$　　　　D. 2

9．已知函数$f(x)=\sin(2\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$的部分图象如图所示，则下列结论正确的是（　　）



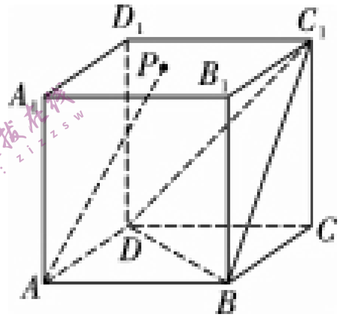
A．$f(x)$的最小正周期为$\frac{5\pi}{6}$

B．$f(x)$的图象关于点$\left(-\frac{\pi}{3},0\right)$对称

C．$f(x)$在区间$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的最小值为$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

D．$f(x)$的图象关于直线$x=-\frac{5\pi}{6}$对称

10如图在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,点 P 是底面$A_1B_1C_1D_1$（含边界)内一动点,且$AP//$平面DBC_1，则下列选项不正确的是（　　）



A．$A_1C\perp AP$

B．三棱锥$P-BDC_1$的体积为定值

C．异面直线AP与BD所成角取值范围为$\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$

D．$PC\perp$平面BDC_1

11．已知斜率存在的直线 l 交椭圆 C：$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$于 A，B 两点，P 是弦 AB 的中点，点$M(1,0)$，且$MP\perp AB$，$|MP|=1$，则直线 MP 的斜率为（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　　　B．$-\sqrt{2}$　　　　C．$\pm2\sqrt{2}$　　　　D．$\pm\sqrt{2}$

12．已知$a=0.7e^{0.4},b=e\ln1.4,c=0.98$，则$a,b,c$的大小关系是（　　）

A．$a>c>b$　　　　B．$b>a>c$　　　　C．$b>c>a$　　　　D．$c>a>b$

第 II 卷（非选择题）

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在等比数列$\{a_n\}$中，若$a_3=2$，$a_3+a_5=10$，则$a_7=$______.

14 若圆锥的轴截面是边长为 1 的正三角形，则圆锥的侧面积是______.

15．已知定义在 R 上的函数$f(x)$满足$f(4-x)+f(x)=2$，若$f(x)$的图像关于直线$x=4$对称，则$f(-2)=$________.

16．已知 A（3，0），若点 P 是抛物线 y^2=8x 上任意一点，点 Q 是圆（x－2）^{2}+y^2=1 上任

意一点，则$\frac{|PA|^2}{|PQ|}$的最小值是_______.

三、解答题 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》

17.已知ΔABC的内角，A,B,C所对的边分别是a,b,c，且$\sqrt{3}a\sin B+b\cos A=2b$.

（1）求角 A 的大小；

（2）若$b+c=6$，且ΔABC的面积$S=2\sqrt{3}$，求 a.

▲

18．为了解使用手机是否对学生的学习有影响，某校随机抽取 50 名学生，对学习成绩和使用手机情况进行了调查，统计数据如表所示（不完整）：

	使用手机	不使用手机	总计
学习成绩优秀	5	20	
学习成绩一般			
总计		30	50

（1）补充完整所给表格，并根据表格数据计算是否有 99.9%的把握认为学生的学习成绩与使用手机有关；

（2）现从如表 不使用手机的学生中按学习成绩是否优秀分层抽样选出 9 人，再从这 9 人中随机抽取 3 人，记这 3 人中“学习成绩优秀”的人数为 X，试求 X 的分布列与数学期望．

参考公式：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

参考数据：

$P(K^2\geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

▲

19．某校积极开展社团活动，在一次社团活动过程中，一个数学兴趣小组发现《九章算术》中提到了“刍薨”这个五面体，于是他们仿照该模型设计了一道数学探究题，如图 1，E、F、G 分别是边长为 4 的正方形的三边 AB、CD、AD 的中点，先沿着虚线段 FG 将等腰直角三角形 FDG 裁掉，再将剩下的五边形 $ABCFG$ 沿着线段 EF 折起，连接 AB、CG 就得到了一个“刍薨” (如图 2)。

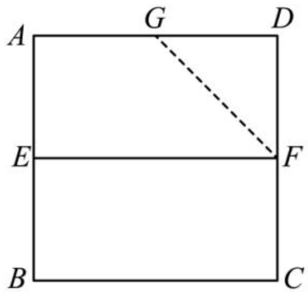


图1

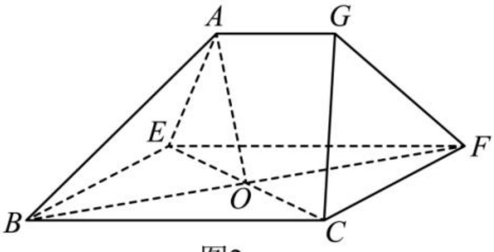


图2

（1）若 O 是四边形 $EBCF$ 对角线的交点，求证：$AO//$平面 GCF；

（2）若二面角 $A-EF-B$ 的大小为 $\dfrac{2}{3}\pi$，求平面 OAB 与平面 ABE 夹角的余弦值.

▲

20．设A、B分别为椭圆C:$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点，设$M(0,-1)$是椭圆下顶点，直线 MA 与 MB 斜率之积为$-\dfrac{1}{4}$.

（1）求椭圆C的标准方程；

（2）若一动圆的圆心Q在椭圆上运动，半径为$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. 过原点O作动圆Q的两条切线，分别交椭圆于E、F两点，试证明$|OE|^2+|OF|^2$为定值.

▲

21. 已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x\sin x+ax$，$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$.

（1）若 $a=-1$，求 $f(x)$ 的最小值；

（2）若 $f(x)$ 有且只有两个零点，求实数 a 的取值范围.

▲

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22.在平面直角坐标系xOy中，曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=1-2\cos\alpha,\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数），以原点$O$为极点，$x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线l的极坐标方程为$\rho=\dfrac{2}{\sin\theta+\cos\theta}$.

（1）求 C 的普通方程和l的直角坐标方程；

（2）若l与 C 交于 A，B 两点，$P(5,-3)$，求$|PA|\cdot|PB|$的值.

▲

[选修 4-5：不等式选讲]

23.已知函数$f(x)=\left|x+\dfrac{2}{a}\right|+|x-2a|(a>0)$.

（1）当$a=1$时，解不等式$f(x)\le 6$；

（2）若$f(x)\ge 5$恒成立，求实数 a 的取值范围.

▲