

2020 年普通高等学校招生全国统一考试 高考模拟调研卷文科数学（一）

本试卷共 23 题，共 150 分，共 4 页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

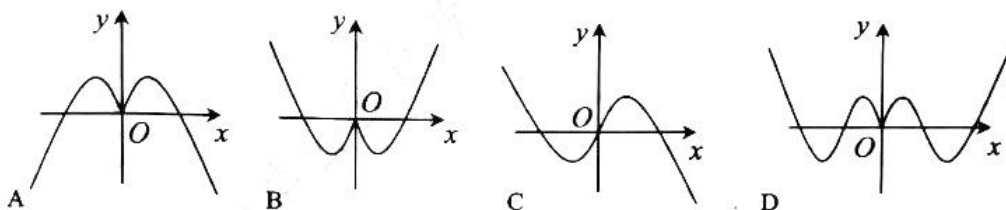
一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个备选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 复数 $z = \frac{i}{1-2i}$ 在复平面中所对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且当 $x > 0$ 时， $f(x) = \ln x - x^3$ ，则 $f(-1) =$
A. -1 B. 0 C. 1 D. $e-1$
- 已知向量 $\overrightarrow{AB} = (-2, 1-x)$ ， $\overrightarrow{BC} = (x, 1)$ ，若 A, B, C 三点共线，则实数 $x =$
A. 2 B. -1 C. 2 或 -1 D. -2 或 1
- 已知集合 $A = \{y | y = 1 - 2^x\}$ ， $B = \{x | x^2 - 2x - 3 > 0\}$ ，则 $A \cap \complement_R B =$
A. $\emptyset$ B. $[-1, 1)$ C. $(1, 3]$ D. $[-3, 1)$
- 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $S_5 = 15$ ， $a_8 = 9$ ，则 $S_{10} =$
A. 60 B. 90 C. 120 D. 150
- 某学校为了解学生的数学学习情况，从甲、乙两班各抽取了 7 名同学某次数学考试的成绩，绘制成如图所示的茎叶图，则这两组数据不同的是
A. 平均数 B. 方差
C. 中位数 D. 极差
- 设 a, b 是两条不同的直线， α, β 是两个不同的平面，下面推理中正确的是
A. 若 $a \parallel b$ ， $a \subset \alpha$ ， $b \subset \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$
B. 若 $a \parallel \beta$ ， $a \subset \alpha$ ，则 $\alpha \parallel \beta$
C. 若 $\alpha \parallel \beta$ ， $a \subset \alpha$ ， $b \subset \beta$ ，则 $a \parallel b$
D. 若 $a \parallel b$ ， $a \perp \alpha$ ， $b \perp \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$
- 已知命题 P ：“若对任意的 $x > 0$ 都有 $2x - 1 > a$ ，则 $a \leq -1$ ”，则命题 P 的否命题为
A. 若存在 $x > 0$ 使得 $2x - 1 > a$ ，则 $a > -1$
B. 若存在 $x > 0$ 使得 $2x - 1 \leq a$ ，则 $a > -1$

甲	乙
5 4 0	8 0 1 8
9 7 6 0	9 0 5 8 9

- C. 若 $a > -1$, 则存在 $x > 0$ 使得 $2x - 1 > a$
 D. 若 $a > -1$, 则存在 $x > 0$ 使得 $2x - 1 \leq a$
9. 由直线 $x + 2y - 7 = 0$ 上一点 P 引圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$ 的一条切线, 切点为 A , 则 $|PA|$ 的最小值为
- A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{17}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{7}$

10. 我国著名数学家华罗庚先生曾说: 数缺形时少直观, 形缺数时难入微, 数形结合百般好, 隔裂分家万事休. 在数学的学习和研究中, 常用函数的图象来研究函数的性质, 也常用函数的解析式来分析函数的图象的特征, 如函数 $f(x) = e^{|x|} - 2x^2 - 1$ 的图象大致是



11. 定义新运算 “ $\oplus$ ”: $a \oplus b = \begin{cases} 2a - b (a \leq b) \\ 2b - a (a > b) \end{cases}$, 则下列计算错误的是
- A. $3 \oplus 1 = -1$ B. $x \oplus y = y \oplus x$
 C. $(x \oplus (x-1)) \oplus (x-2) = x-2$ D. $x \oplus ((x-1) \oplus (x-2)) = x-2$
12. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 在双曲线的右支上, 且 $|PF_2| = |F_1F_2|$, 若点 Q 是线段 PF_1 的中点, 则 $\angle PF_2Q$ 的取值范围是
- A. $(0, \frac{\pi}{4})$ B. $(0, \frac{\pi}{3})$ C. $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$ D. $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 曲线 $f(x) = (x+1)e^x$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线的横纵截距之和为_____.
14. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq -1, \\ y \geq x, \\ 3x + 2y \leq 5, \end{cases}$ 则 $z = 2x + y$ 的最大值为_____.
15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $a \sin(\frac{\pi}{2} - B) = b \sin(\frac{3\pi}{2} + A) + 2$, 则 $c =$ _____.

16. 足球被誉为“世界第一运动”，它是全球体育界最具影响力的单项体育运动，足球的表面可看成是由正二十面体用平面截角的方法形成的，即用如图 1 所示的正二十面体，从每个顶点的棱边的 $\frac{1}{3}$ 处将其顶角截去，截去 20 个顶角后剩下的如图 2 所示的结构就是足球的表面结构。已知正二十面体是由 20 个边长为 3 的正三角形围成的封闭几何体，则如图 2 所示的几何体中所有棱边数为_____。

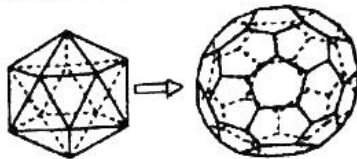


图 1

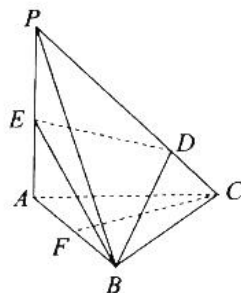
图 2

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

如图，三棱锥 $P-ABC$ 中， $PA \perp$ 底面 ABC ， $PA = AB$ ，点 E 、 F 分别为 PA 、 AB 的中点，点 D 在 PC 上，且 $PD = 2DC$ 。



- (1) 证明： $CF \parallel$ 平面 BDE ；
- (2) 若 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形，求三棱锥 $P-BDE$ 的体积。

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} + a_n = 2n$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ 。

- (1) 求证：数列 $\{a_n - n + \frac{1}{2}\}$ 是等比数列；
- (2) 设 $b_n = \frac{a_{2n-1}}{2^n}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n 。

19. (12 分)

某医院体检中心为回馈大众，推出优惠活动：对首次参加体检的人员，按 200 元/次收费，并注册成为会员，对会员的后续体检给予相应优惠，标准如下：

体检次序	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次及以上
收费比例	1	0.95	0.90	0.85	0.8

该体检中心从所有注册会员中随机选取了 100 位对他们参加体检的次数进行统计，得到数据如下表：

体检次数	一次	两次	三次	四次	五次及以上
频数	60	20	12	4	4

假设该体检中心为顾客体检一次的成本费用为 150 元，根据所给数据，解答下列问题：

- (1) 已知某顾客在此体检中心参加了3次体检，求这3次体检，该体检中心的平均利润；
(2) 该体检中心要从这100人里至少体检3次的会员中，按体检次数用分层抽样的方法抽出5人，再从这5人中抽取2人发放纪念品，求抽到的2人中恰有1人体检3次的概率。

20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，焦距为2。

- (1) 求椭圆 C 的方程；
(2) 设直线 $y = kx$ 与椭圆 C 交于点 E, F ，过点 E 作 $EM \perp x$ 轴于点 M ，直线 FM 交椭圆 C 于另一点 N ，证明： $EF \perp EN$ 。

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln(x+1) + ax^2$ ， $a \neq 0$ 。

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；
(2) 若不等式 $f(x) < \frac{1}{2\sqrt{e}}$ 对任意 $x \in (-1, +\infty)$ 恒成立，求 a 的取值范围。

(二) 选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修4-4：坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\theta \\ y = 2\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数)，直线 l 的参数方程为

$$\begin{cases} x = \sqrt{2} + t\cos\alpha \\ y = 1 + t\sin\alpha \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$

- (1) 求 C 的普通方程，并判断直线 l 与曲线 C 的公共点的个数；
(2) 若曲线 C 截直线 l 所得弦长为 $2\sqrt{3}$ ，求 $\tan\alpha$ 的值。

23. [选修4-5：不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x+2| - |x-2|$ ，设不等式 $|f(x)| \leq 2$ 的解集为 M 。

- (1) 求集合 M ；
(2) 若 $x, y \in M$ ，求证： $(2x+y)^2 \geq 4x+y-2$ 。

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2020 届高三上学期期末考试试题答案汇总（更新下载中），点击链接获得

<http://www.zizzs.com/c/202001/41635.html>