

## 金华十校 2022-2023 学年第二学期期末调研考试

# 高一数学试题卷

本试卷分选择题和非选择题两部分. 考试时间 120 分钟. 试卷总分为 150 分. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上.

### 选择题部分 (共 60 分)

一、单选题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

- 已知集合  $A = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$ ,  $B = \left\{x \mid \frac{x}{x-2} \leq 0\right\}$ , 则  $A \cap B =$   
 A.  $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$     B.  $\{x | -1 \leq x < 2\}$     C.  $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$     D.  $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$
- 已知  $i$  是虚数单位, 复数  $z_1 = 4 + 2i$  与  $z_2 = 3 + ai$  的模相等, 则实数  $a$  的值为  
 A.  $\pm\sqrt{11}$     B.  $\sqrt{11}$     C.  $\pm 11$     D.  $11$
- 设函数  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 2mx}$  在区间  $(1, 2)$  上单调递增, 则  $m$  的取值范围为  
 A.  $(-\infty, -2]$     B.  $[-2, -1]$     C.  $[1, 2]$     D.  $[2, +\infty)$
- 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 面积  $S$  满足  $a^2 - 4S = c^2 + b^2$ , 则  $A =$   
 A.  $\frac{\pi}{4}$     B.  $\frac{\pi}{3}$     C.  $\frac{2\pi}{3}$     D.  $\frac{3\pi}{4}$
- 已知向量  $\mathbf{a} = (1, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (-3, 1)$ , 则向量  $\mathbf{a}$  在向量  $\mathbf{b}$  方向上的投影向量是  
 A.  $-\frac{\mathbf{b}}{10}$     B.  $\frac{\mathbf{b}}{10}$     C.  $-\frac{\sqrt{10}}{10}\mathbf{b}$     D.  $\frac{\sqrt{10}}{10}\mathbf{b}$
- 已知  $\alpha, \beta, \gamma$  表示平面,  $a, b, c$  表示直线, 则使 “ $a \parallel b \parallel c$ ” 成立的一个充分非必要条件是  
 A. 若  $a \perp \alpha, b \perp \beta, c \perp \gamma$ , 且  $\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma, \gamma \perp \alpha$   
 B. 若  $a \parallel \alpha, b \parallel \beta, c \parallel \gamma$ , 且  $\alpha \parallel \beta \parallel \gamma$   
 C. 若  $\alpha \cap \beta = a, \beta \cap \gamma = b, \gamma \cap \alpha = c$   
 D. 若  $\alpha \cap \beta = a, b \subset \alpha, c \subset \beta, b \parallel c$
- 一个圆柱形粮仓, 高 1 丈 3 尺  $3\frac{1}{3}$  寸, 可容纳米 2000 斛, 已知 1 丈 = 10 尺 = 100 寸, 1 斛米 = 1620 立方寸, 若  $\pi$  取 3, 则该圆柱形粮仓底面的周长是  
 A. 440 寸    B. 540 寸    C. 560 寸    D. 640 寸
- 设  $a = \log_2 3, b = \log_3 4.5, c = \log_4 6$ , 则  
 A.  $c < a < b$     B.  $b < c < a$     C.  $c < b < a$     D.  $b < a < c$

十校高一数学1 (共 6 页)

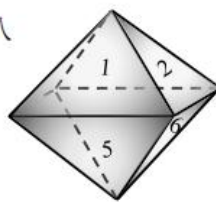
二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分。

9. 若函数  $f(x) = \sin(2x + \varphi)$  ( $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的图象经过点  $P(0, \frac{1}{2})$ ，则

- A. 函数  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$
- B. 点  $(\frac{\pi}{3}, 0)$  为函数  $y=f(x)$  图象的对称中心
- C. 直线  $x = \frac{\pi}{6}$  为函数  $y=f(x)$  图象的对称轴
- D. 函数  $f(x)$  的单调增区间为  $[2k\pi - \frac{\pi}{3}, 2k\pi + \frac{\pi}{6}]$ ,  $k \in \mathbf{Z}$

10. 如图，一个正八面体，八个面分别标以数字1到8，任意抛掷一次这个正八面体，观察它与地面接触的面上的数字，得到样本空间为  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ，

记事件  $A = \{\text{得到的点数为奇数}\}$ ，记事件  $B = \{\text{得到的点数不大于4}\}$ ，记事件  $C = \{\text{得到的点数为质数}\}$ ，则下列说法正确的是



(第10题图)

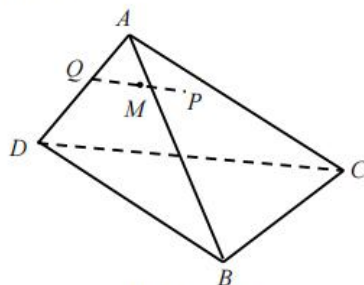
- A. 事件  $B$  与  $C$  互斥
- B.  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$
- C. 事件  $A$  与  $C$  相互独立
- D.  $P(\overline{AB}) = \frac{3}{4}$

11. 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ ，且满足  $b \sin A = a \cos(B - \frac{\pi}{6})$ ，则

- A.  $B = \frac{\pi}{3}$
- B. 若  $b=3$ ，则  $\triangle ABC$  的周长的最大值为  $3 + 2\sqrt{3}$
- C. 若  $D$  为  $AC$  的中点，且  $BD=1$ ，则  $\triangle ABC$  的面积的最大值为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- D. 若角  $B$  的平分线  $BD$  与边  $AC$  相交于点  $D$ ，且  $BD = \sqrt{3}$ ，则  $a+4c$  的最小值为 9

12. 在三棱锥  $A-BCD$  中， $AB, AC, AD$  两两垂直， $AB=AC=2AD=4$ ，点  $P, Q$  分别在侧面  $ABC$  和棱  $AD$  上运动且  $PQ=2$ ， $M$  为线段  $PQ$  的中点，则下列说法正确的是

- A. 三棱锥  $A-BCD$  的内切球的半径为  $\frac{2\sqrt{6}-4}{3}$
- B. 三棱锥  $A-BCD$  的外接球的表面积为  $36\pi$
- C. 点  $M$  到底面  $BCD$  的距离的最小值为  $\frac{2\sqrt{6}}{3} - 1$
- D. 三棱锥  $M-BCD$  的体积的最大值为  $\frac{8}{3}$



(第12题图)

十校高一数学2 (共6页)

## 非选择题部分 (共 90 分)

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 某射击运动员在一次射击测试中，射靶 10 次，每次命中的环数如下：7,5,9,8,9,6,7,10,4,7，记这组数的众数为  $M$ ，第 75 百分位数为  $N$ ，则  $M+N=$  ▲.

14. 已知圆锥表面积为  $6\pi\text{cm}^2$ ，且它的侧面展开图是一个半圆，则这个圆锥底面半径是 ▲ cm.

15. 已知非零向量  $\overrightarrow{AB}$  与  $\overrightarrow{AC}$  满足  $\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\right) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ ，且  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{2}$ ， $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 6\sqrt{2}$ ，点  $D$  是  $\triangle ABC$  的边  $AB$  上的动点，则  $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC}$  的最小值为 ▲.

16. 已知  $\sin^2 12^\circ + \cos^2 42^\circ + \sin 12^\circ \cos 42^\circ = \sin^2 13^\circ + \cos^2 43^\circ + \sin 13^\circ \cos 43^\circ = m$ ，则  $m =$  ▲.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 10 分)

已知函数  $f(x) = \sin x + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ .

(I) 求函数  $f(x)$  单调递增区间;

(II) 将函数  $f(2x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度后得到函数  $g(x)$  的图象，求  $g(x)$  在  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  的值域.

18. (本题满分 12 分)

已知  $e_1, e_2$  是夹角为  $60^\circ$  的单位向量， $a = 2e_1 - e_2$ ， $b = e_1 + 3e_2$ .

(I) 若  $a + \lambda b$  与  $b$  垂直，求实数  $\lambda$  的值;

(II) 若  $c = xa + yb$  ( $x, y \in \mathbf{R}$ ，且  $y \neq 0$ )，求  $\frac{|c|}{|y|}$  的最小值.

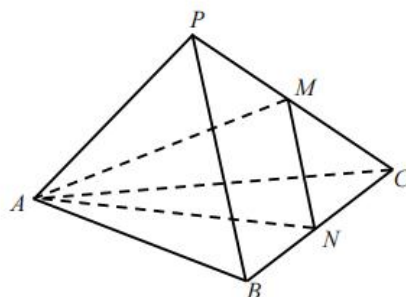
19. (本题满分 12 分)

如图, 三棱锥  $P-ABC$  的底面是边长为 3 的等边三角形, 侧棱  $PA=3, PB=4, PC=5$ , 设点  $M, N$  分别为  $PC, BC$  的中点.

(I) 证明:  $AM \perp BC$ ;

(II) 求三棱锥  $P-ABC$  的体积;

(III) 求平面  $APB$  与平面  $AMN$  的夹角余弦值.



(第 19 题图)

20. (本题满分 12 分)

袋子  $A$  和  $B$  中均装有若干个质地均匀的红球和白球, 其中  $A$  袋有 20 个红球和 10 个白球, 从  $B$  袋中摸一个球, 摸到红球的概率为  $p$ .

(I) 若  $B$  袋中的红球和白球总共有 15 个, 将  $A, B$  两个袋子中的球全部装在一起后, 从中摸出一个白球的概率是  $\frac{2}{5}$ , 求  $p$  的值;

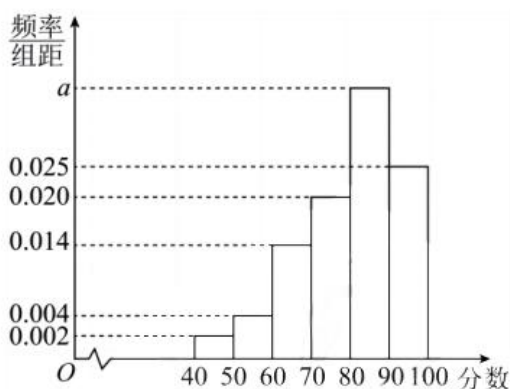
(II) 从  $A$  袋中有放回地摸球, 每次摸出一个, 当有 3 次摸到红球即停止, 求恰好摸  $k(k \leq 5)$  次停止的概率.



21. (本题满分 12 分)

树人中学 2000 名师生参加了对学校教学管理满意度的评分调查，按样本量比例分配的分层随机抽样方法，抽取 100 个师生的评分（满分 100 分），绘制如图所示的频率分布直方图，并将分数从低到高分四个等级：

满意度评分	低于 60 分	60 分到 79 分	80 分到 89 分	90 分及以上
满意度等级	不满意	基本满意	满意	非常满意



(I) 求图中  $a$  的值；

(II) 若师生的满意指数不低于 0.8，则该校可获评“教学管理先进单位”，根据你所学的统计知识，判断该校是否能获奖，并说明理由。（注：满意指数 =  $\frac{\text{满意度的平均数}}{100}$ ）

(III) 假设在样本中，学生、教师的人数分别为  $m, n (1 \leq n < m < 100, m, n \in \mathbf{N})$ ，记所有学生的评分为  $x_1, x_2, \dots, x_m$ ，其平均数为  $\bar{x}$ ，方差为  $s_x^2$ ，所有教师的评分为  $y_1, y_2, \dots, y_n$ ，其平均数为  $\bar{y}$ ，方差为  $s_y^2$ ，总样本评分的平均数为  $\bar{z}$ ，方差为  $s^2$ ，若  $\bar{x} = \bar{y}$ ， $s^2 = \frac{4}{5} s_x \cdot s_y$ ，试估计该校等级为满意的学生的最少人数。

22. (本题满分 12 分)

已知函数  $f(x)=ax^3+bx+1$ .

(I) 若  $f(\log_2 x)=2023$ , 求  $f(\log_{0.5} x)$  的值;

(II) 已知函数  $f(x)$  的图象经过  $(1,-1), (2,3)$ ,

(i) 若  $f(t)=0$ , 求  $f\left(1-\frac{1}{t}\right)$  的值;

(ii) 若  $f(x)$  的三个零点为  $x_1, x_2, x_3$ , 且  $x_1 < x_2 < x_3$ , 求  $(x_1^2 - x_2 - 2)(x_2^2 - x_3 - 2)(x_3^2 - x_1 - 2)$  的值.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线