扬州市 2023 届高三考前调研测试

数学

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知全集 $U=A\cup B=\{0,1,2,3,4,5,6\}$，$A\cap \complement_U B=\{1,3,5\}$，则 $B=$（　　）．

A．$\{-1,0,2,4,6\}$　　B．$\{0,2,4,6\}$　　C．$\{-1,2,4,6\}$　　D．$\{2,4,6\}$

2．已知空间内不过同一点的三条直线 m,n,l，则“m,n,l 两两相交”是“m,n,l 在同一平面”的（　　）．

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件　　C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．以点 $(\frac{k\pi}{2},0)$ $(k\in \mathbf{Z})$ 为对称中心的函数是（　　）．

A．$y=\sin x$　　B．$y=\cos x$　　C．$y=\tan x$　　D．$y=|\tan x|$

4．某教学楼从二楼到三楼的楼梯共 10 级，上楼可以一步上一级，也可以一步上两级，某同学从二楼到三楼准备用 7 步走完，则第二步走两级台阶的概率为（　　）．

A．$\frac{1}{7}$　　B．$\frac{2}{7}$　　C．$\frac{3}{7}$　　D．$\frac{4}{7}$

5．车木是我国一种古老的民间手工工艺，指的是用刀去削旋转着的木头，可用来制作家具和工艺品，随着生产力的进步，现在常借助车床实施加工．现要加工一根正四棱柱形的条木，底面边长为 6cm，　高为 30cm．将条木两端夹住，两底面中心连线为旋转轴，将它旋转起来，操作工的刀头逐步靠近，最后置于离旋转轴 $2\sqrt{3}$ cm 处，沿着旋转轴平移，对整块条木进行加工，则加工后木块的体积为（　　）cm^3．

A．$120(2\sqrt{3}+\pi)$　　B．$120(3\sqrt{3}+\pi)$　　C．$270(2+\frac{\pi}{2})$　　D．$270(1+\frac{3\pi}{2})$

6．复数 $z=x+y\mathrm{i}$（$x,y\in\mathbf{R}$，i 为虚数单位）在复平面内对应点 $Z(x,y)$，则下列为真命题的是（　　）．

A．若 $|z+1|=|z-1|$，则点 Z 在圆上　　B．若 $|z+1|+|z-1|=2$，则点 Z 在椭圆上

C．若 $|z+1|-|z-1|=2$，则点 Z 在双曲线上　　D．若 $|x+1|=|z-1|$，则点 Z 在抛物线上

7．已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $g(x)$，$f(x)$ 和 $g(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$，$g(x)$ 为偶函数，$f(x)-e^x-\sin x$ 也为偶函数，则下列不等式一定成立的是（　　）．

A．$f(0)=0$　　B．$g(0)=0$　　C．$f(x)<f(e^x)$　　D．$g(x)<g(e^x)$

8．已知向量 $\vec{a}=(x+1,\sqrt{5}+y)$，$\vec{b}=(x-1,\sqrt{5}-y)$，满足 $\vec{a}\perp\vec{b}$ 的动点 $M(x,y)$ 的轨迹为 E，经过点 $N(2,0)$ 的直线 l 与 E 有且只有一个公共点 A，点 P 在圆 $x^2+(y-2\sqrt{2})^2=1$ 上，则 AP 的最小值为（　　）．

A．$3-2\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{2}-1$　　C．$2\sqrt{2}-2$　　D．1

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．已知两个离散型随机变量 X，Y，满足 $Y=2X+1$，其中 X 的分布列如下：

X	0	1	2
P	a	b	$\frac{1}{6}$

若 $E(X)=1$，则（　　）．

A．$a=\frac{1}{6}$　　B．$b=\frac{2}{3}$　　C．$E(Y)=2$　　D．$D(Y)=\frac{4}{3}$

10．已知函数 $f(x)=x^3-x^2-x+a(a\in\mathbf{R})$ 的图象为曲线 C，下列说法正确的有（　　）．

A．$\forall a\in\mathbf{R}$，$f(x)$ 都有两个极值点　　B．$\forall a\in\mathbf{R}$，$f(x)$ 都有三个零点

C．$\forall a\in\mathbf{R}$，曲线 C 都有对称中心　　D．$\exists a\in\mathbf{R}$，使得曲线 C 有对称轴

11．定义：在数列的每相邻两项之间插入此两项的积，形成新的数列，这样的操作叫作该数列的一次“美好成长”．将数列 1，2 进行“美好成长”，第一次得到数列 1，2，2；第二次得到数列 1，2，2，4，2；…；设第 n 次“美好成长”后得到的数列为 $1,x_1,x_2,\cdots,x_k,2$，并记 $a_n=\log_2(1\times x_1\times x_2\times\cdots\times x_k\times 2)$，则（　　）．

A．$a_2=5$　　B．$k=2^n+1$

C．$a_{n+1}=3a_n-1$　　D．数列 $\left\{\frac{3^n}{a_na_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 $\frac{1}{2}-\frac{2}{3^{n+1}+1}$

12．圆柱 OO_1 高为 1，下底面圆 O 的直径 AB 长为 2，BB_1 是圆柱 OO_1 的一条母线，点 P,Q 分别在上、下底面内（包含边界），下列说法正确的有（　　）．

A．若 $PA+PB=3$，则 P 点的轨迹为圆

B．若直线 OP 与直线 OB_1 成 $45°$，则 P 的轨迹是抛物线的一部分

C．存在唯一的一组点 P,Q，使得 $AP\perp PQ$

D．$AP+PQ+QB_1$ 的取值范围是 $[\sqrt{13},2\sqrt{3}+\sqrt{5}]$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．若 $(x+5)^{2023}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{2023}x^{2023}$，$T=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{2023}$，则 T 被 5 除所得的余数为________．

14．圆 O（O 为坐标原点）与直线 $l:x+y=2$ 相切，与直线 l 垂直的直线 m 与圆 O 交于不同的两点 P、Q，若 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}<0$，则直线 m 的纵截距的取值范围是__________．

15．已知正四棱锥的侧面是边长为 3 的正三角形，它的侧棱的所有三等分点都在同一个球面上，则该球的表面积为________．

16．若直线 l 是曲线 $y=\ln x$ 的切线，也是曲线 $y=e^{x-2}$ 的切线，则直线 l 的方程为____________________．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．在① $2S_n=3a_n-3$；② $a_1=3$，$\log_3 a_{n+1}=\log_3 a_n+1$ 这两个条件中任选一个，补充在下面问题中，并解答问题．

设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，满足________，$b_n=\dfrac{3n-9}{a_{n+1}},n\in\mathbf{N}^*$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若存在正整数 n_0，使得 $b_{n_0}\ge b_n$ 对 $\forall n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立，求 n_0 的值．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

18．随着网络技术的迅速发展，各种购物群成为网络销售的新渠道．在凤梨销售旺季，某凤梨基地随机抽查了 100 个购物群的销售情况，各购物群销售凤梨的数量情况如下：

凤梨数量（盒）	$[100,200)$	$[200,300)$	$[300,400)$	$[400,500)$	$[500,600]$
购物群数量（个）	12	m	20	32	m

（1）求实数 m 的值，并用组中值估计这 100 个购物群销售凤梨总量的平均数（盒）；

（2）假设所有购物群销售凤梨的数量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 为（1）中的平均数，$\sigma^2=12100$．若该凤梨基地参与销售的购物群约有 1000 个，销售凤梨的数量在$[266,596)$（单位：盒）内的群为“一级群”，销售数量小于 266 盒的购物群为“二级群”，销售数量大于等于 596 盒的购物群为“优质群”．该凤梨基地对每个“优质群”奖励1000 元，每个“一级群”奖励 200 元，“二级群”不奖励，则该凤梨基地大约需要准备多少资金？（群的个数按四舍五入取整数）

附：若 X 服从正态分布 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)\approx0.683$，$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)\approx0.954$，$P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)\approx0.997$．

19．在△ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$\sin^2C=2\sin^2B-2\sin^2A$．

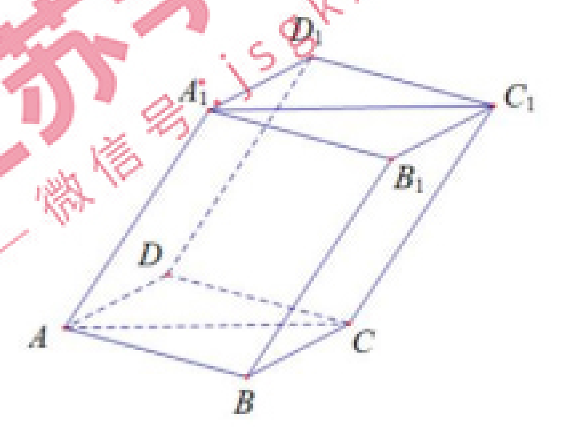
（1）求证：$c=4a\cos B$；

（2）延长 BC 至点 D，使得 $AD=BD$，求 $\angle CAD$ 的最大值．

20．如图，平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 6，截面 ACC_1A_1 的面积为 6.

（1）求点 B 到平面 ACC_1A_1 的距离；

（2）若 $AB=AD=2$，$\angle BAD=60°$，$AA_1=\sqrt{6}$，求直线 BD_1 与平面 CC_1D_1D 所成角的正弦值.



21．已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左顶点为 A，过右焦点 F 且平行于 y 轴的弦 $PQ=AF=3$.

（1）求△APQ 的内心坐标；

（2）是否存在定点 D，使过点 D 的直线 l 交 C 于 M,N，交 PQ 于点 R，且满足 $\overrightarrow{MR}\cdot\overrightarrow{ND}=\overrightarrow{MD}\cdot\overrightarrow{RN}$？若存在，求出该定点坐标，若不存在，请说明理由.

22．已知函数 $f(x)=a\sin x-\ln(1+x)(a\in\mathbf{R})$.

（1）若 $a=-1$，求证：$\forall x>0$，$f(x)+2x>0$；

（2）当 $a\geq 1$ 时，对任意 $x\in[0,\dfrac{k}{2}]$，都有 $f(x)\geq 0$，求整数 k 的最大值.