

## 2023 届高三一轮复习联考(三) 数 学 试 题

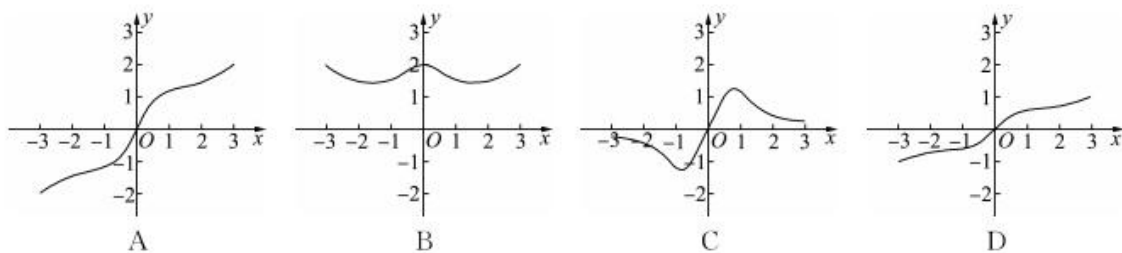
**注意事项:**

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

**一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。**

1. 已知集合  $A = \{x \mid 1 < x < 2\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 \leq 1\}$ , 则  $A \cup B =$   
 A.  $[-1, 2)$                       B.  $(-\infty, 2)$                       C.  $[-1, 3)$                       D.  $[-1, 2]$
2. 已知复数  $z = i(i+1)$ , 则  $|\bar{z}| =$   
 A. 1                                  B.  $\sqrt{2}$                                   C.  $\sqrt{3}$                                   D. 2
3. 若函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \leq 0, \\ \log_2 x, & x > 0, \end{cases}$  则  $f[f(-2)] =$   
 A. -2                                  B. 2    C. -3                                  D. 3
4. 已知  $\{a_n\}$  是各项不全为零的等差数列, 前  $n$  项和是  $S_n$ , 且  $S_{20} = S_{24}$ , 若  $S_m = S_{26}$  ( $m \neq 26$ ), 则正整数  $m =$   
 A. 20                                  B. 19    C. 18                                  D. 17
5. 函数  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x^2 + 1}$  在  $[-3, 3]$  上的大致图象为



6. 已知等比数列  $\{a_n\}$  满足  $q^2 \neq 1$ ,  $a_m^2 = a_n a_{2m-n}$ , (其中  $m, n \in \mathbb{N}^*$ ), 则  $\frac{9}{m} + \frac{1}{n}$  的最小值为  
 A. 6                                      B. 16                                      C.  $\frac{3}{2}$                                       D. 2

7. 设  $a=4\sin 1, b=3\sin 2, c=2\sin 3$ , 则

- A.  $a < b < c$       B.  $c < b < a$       C.  $c < a < b$       D.  $a < c < b$

8. 已知方程  $|\cos x| - kx = 0$  在  $(0, +\infty)$  上有且仅有两个不同的解  $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ , 则下列结论正确的是

- A.  $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1+\alpha}{1-\alpha}$       B.  $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$   
C.  $\tan\left(\beta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\beta-1}{1+\beta}$       D.  $\tan\left(\beta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1+\beta}{\beta-1}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知命题  $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + m > 0$ , 则满足命题  $p$  为真命题的一个充分条件是

- A.  $m > 2$       B.  $m < 0$       C.  $m < -1$       D.  $m \geq 3$

10. 设  $m, n$  为不重合的直线,  $\alpha, \beta, \gamma$  为不重合的平面, 下列是  $\alpha // \beta$  成立的充分条件的有

- A.  $m \subset \alpha, n \perp \beta, n \perp m$       B.  $m \cap n = P, m \subset \alpha, n \subset \alpha, m // \beta, n // \beta$   
C.  $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$       D.  $m \perp \alpha, m \perp \beta$

11. 已知函数  $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ , 若  $f(x)$  在  $[0, a]$  上的值域是  $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$ , 则实数  $a$  的可能取值为

- A.  $\frac{\pi}{3}$       B.  $\frac{2\pi}{3}$       C.  $\frac{4\pi}{3}$       D.  $\frac{5\pi}{3}$

12. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 4\sin \pi x, & 0 < x \leq 1, \\ 2^{x-1} + x, & x > 1, \end{cases}$  关于  $x$  的方程  $[f(x)]^2 - (2-m)f(x) + 1-m = 0$ . 下

列说法正确的是

- A.  $m=0$  时方程有 2 个不相等的实数解  
B.  $m>0$  时方程至少有 3 个不相等的实数解  
C.  $m<0$  时方程至少有 3 个不相等的实数解  
D. 若方程恰有 5 个不相等的实数解, 则实数  $m$  的取值集合为  $(-3, -1)$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知  $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ , 则  $\cos\left(2\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) =$  \_\_\_\_\_.

14. 若关于  $x$  的不等式  $x^2 - 6x + 2 - a > 0$  在区间  $[0, 5]$  内有解, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

15. 已知数列  $\{a_n\}$  为递减数列, 其前  $n$  项和  $S_n = -n^2 + 2n + m$ , 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

16. 已知  $A, B, C$  均在球  $O$  的球面上运动, 且满足  $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ , 若三棱锥  $O-ABC$  体积的最大值为 6, 则球  $O$  的体积为\_\_\_\_\_.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分) 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 2, \log_2 a_{n+1} = \log_2 a_n + 1$ ,

- (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (2) 求  $\{(3n-2)a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

18. (12 分) 已知  $\mathbf{a} = (x_1, y_1, z_1), \mathbf{b} = (x_2, y_2, z_2), \mathbf{c} = (x_3, y_3, z_3)$ , 定义一种运算:

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = x_1 y_2 z_3 + x_2 y_3 z_1 + x_3 y_1 z_2 - x_1 y_3 z_2 - x_2 y_1 z_3 - x_3 y_2 z_1,$$

在平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $\overrightarrow{AB} = (1, 1, 0), \overrightarrow{AD} = (0, 2, 2), \overrightarrow{AA_1} = (1, -1, 1)$ .

- (1) 证明: 平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  是直四棱柱;
- (2) 计算  $|(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AA_1}|$ , 并求该平行六面体的体积, 说明  $|(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AA_1}|$  的值与平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  体积的关系.

19. (12 分) 已知  $\triangle ABC$  中, 三个内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c, C = \frac{\pi}{4}, a \cos A + c \cos C =$

$$2b \cos B.$$

- (1) 求  $\tan A$ ;
- (2) 若  $c = 2\sqrt{5}$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

20.(12分)已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $2a_1+2^2a_2+\cdots+2^{n-1}a_{n-1}+2^na_n=(2n-3)\cdot 2^{n+1}+6$ .

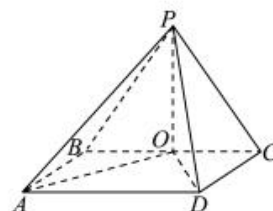
(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)若 $b_n=2^n+a_n$ ,求数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和 $T_n$ .

21.(12分)如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是矩形, $O$ 是 $BC$ 的中点, $PB=PC=\sqrt{3}$ ,  
 $PD=BC=2AB=2$ .

(1)求证:平面 $PBC\perp$ 平面 $ABCD$ ;

(2)求直线 $AD$ 与平面 $PCD$ 所成角的正弦值.



22.(12分)已知函数 $f(x)=\frac{1}{x}-\ln x+1$ .

(1)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2)证明:对 $\forall x\in(0, +\infty)$ ,均有 $f(x)<\frac{1+e^{-2}}{\ln(x+1)}+2$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线