

2022~2023 学年高三核心模拟卷(上)

137

理科数学(二)

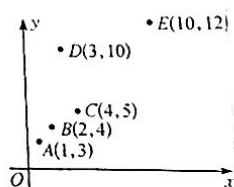
(8)

注意事项:

1. 本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | 0 < \lg(2x-1) < 1\}$, $B = \{x | 3 < x < 15\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
2. 设 i 是虚数单位, $(1+\bar{z})i = 1-z$, 则 $1+z+z^2+z^3+\dots+z^{2023}$ 的值为
A. 1 B. 0 C. -1 D. -2
3. “ $m=3$ ”是“直线 $2x-y+m=0$ 与圆 $(x-1)^2+y^2=5$ 相切”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 如图所示的 5 对数据 (x, y) , 去掉 $D(3, 10)$ 后, 下列说法正确的有
①相关系数 r 变大; ②残差平方和变大; ③相关指数 R^2 变小; ④解释变量 x 与预报变量 y 的相关性变强.
A. ①② B. ③④
C. ②③ D. ①④
5. 已知非零向量 a, b 满足 $|a-b| = |a+b| = 2$, $|a| = 1$, 则 $a+b$ 与 b 的夹角为
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2\pi}{3}$
6. 设 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{2-a} = 1 (0 < a < 2)$ 的两个焦点, C 的两条渐近线互相垂直, 点 Q 为圆 $M: x^2 + (y-2a)^2 = a^2$ 上任意一点, O 为坐标原点, 则 $\triangle OF_1Q$ 面积的最大值为
A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{5}{2}$



【高三核心模拟卷(上)·理科数学(二) 第 1 页(共 4 页)】

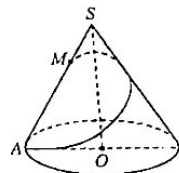


题型
难度
上下

7. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$) 在 $[0, \pi]$ 上恰有 3 个零点, 则整数 ω 的值为
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

8. 已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{a-x^2}}{1-|x+1|}$ 是奇函数, 则 a 的可能取值为
A. 0 或 1 B. $\frac{1}{2}$ 或 2 C. 1 或 4 D. $\frac{1}{2}$ 或 1

9. 如图, 圆锥 SO 的侧面展开图是圆心角为 120° 的扇形, 其面积为 3π , M 为母线 SA 上靠近 S 的三等分点, 现在一只蚂蚁从 A 点出发, 沿圆锥侧面环绕一周到达 M 点, 则该蚂蚁走的最短路程为



- A. $\sqrt{13}$ B. 3
C. $\sqrt{19}$ D. 4

10. 下列式子错误的是

- A. $\sin 22.5^\circ + \cos 22.5^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{4}$ B. $\cos 36^\circ \cos 72^\circ = \frac{1}{4}$
C. $\frac{\sqrt{3} - \tan 15^\circ}{1 + \sqrt{3} \tan 15^\circ} = 1$ D. $\frac{2\cos 10^\circ - \sin 20^\circ}{\sin 70^\circ} = \sqrt{3}$

11. 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 若 $2 + mx^n = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \dots + a_n(x-1)^n$, 且 $a_1 = -5, a_2 = -10$, 则下列结论错误的是

- A. $m = -1$ B. $n = 9$
C. $a_0 = 1$ D. $a_1 - 2a_2 + 3a_3 - 4a_4 + 5a_5 = 0$

12. 设 $a = \ln 2.9, b = \sqrt{3} \ln 2, c = \sqrt{2} \ln 3$, 则 a, b, c 的大小关系是
A. $a > b > c$ B. $b > c > a$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, b = 2\sqrt{2}, B = 60^\circ, a^2 + c^2 = 3ac$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

14. 已知抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的焦点为 F , 过 F 的直线 l 与抛物线交于 A, B 两点, 且 $\vec{AF} = 4\vec{FB}$, O 为坐标原点, 则 $\triangle OAB$ 的面积为 _____.

15. 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 底面 ABC 是边长为 2 的等边三角形, $AA_1 = 3, D$ 为 BC 中点, 设 P, Q 分别在线段 A_1B_1, DC_1 上, 且 $\frac{A_1P}{A_1B_1} = \frac{DQ}{DC_1}$, 则 PQ 的最小值为 _____.

16. 若 $x(e^x + a) - \ln x \geq 1$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 上恒成立, 则实数 a 的最小值为 _____.

【高三核心模拟卷(上)·理科数学(二) 第 2 页(共 4 页)】

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

20.

(一)必考题:共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公比 $q > 0$, $S_2 = 2a_2 - 2$, $S_3 = a_1 - 2$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 M_n , 且满足 $6M_n = n(n+1)(2n+1)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

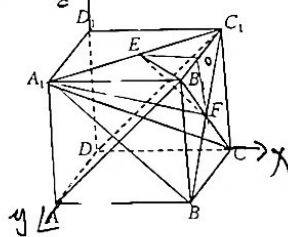
(2) 若数列 $\{c_n\}$ 的通项公式为 $c_n = \begin{cases} -\frac{a_n b_n}{2}, & n \text{ 为奇数,} \\ \frac{a_n b_n}{4}, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$ 其前 n 项和为 T_n , 求 T_{2n} .

18. (本小题满分 12 分)

如图, 已知正方体 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 中, F 为线段 BC_1 的中点, E 为线段 $A_1 C_1$ 上的动点。

(1) 求证: 存在点 E , 使得 $EF \perp$ 平面 $AB_1 C_1 D$;

(2) 若 E 为线段 $A_1 C_1$ 的中点, 求 EF 与平面 $A_1 FC$ 所成角的正弦值。



小知识点 A1F1法
EF
cos θ 求
EF ⊥ AB
EF ⊥ A1B1
EF ⊥ A1D1

19. (本小题满分 12 分)

为了丰富孩子们的校园生活, 某校团委牵头, 发起同一年级两个级部 A、B 进行体育运动和文化项目比赛, 由 A 部、B 部争夺最后的综合冠军。决赛先进行两天, 每天实行三局两胜制, 即先赢两局的级部获得该天胜利, 此时该天比赛结束。若 A 部、B 部中的一方能连续两天胜利, 则其为最终冠军; 若前两天 A 部、B 部各赢一天, 则第三天只进行一局附加赛, 该附加赛的获胜方为最终冠军。设每局比赛 A 部获胜的概率为 p ($0 < p < 1$), 每局比赛的结果没有平局且结果互相独立。

(1) 记第一天需要进行的比赛局数为 X 。

(i) 求 $E(X)$, 并求当 $E(X)$ 取最大值时 p 的值;

(ii) 结合实际, 谈谈 (i) 中结论的意义;

(2) 当 $p = \frac{1}{2}$ 时, 记一共进行的比赛局数为 Y , 求 $P(Y \leq 5)$ 。

21. (本小题满分 12 分)

已知 $m=(1, 2x)$, $n=(\ln x, -a)$ ($a \in \mathbb{R}$), 设 $f(x)=m \cdot n$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设 $f(x_1)=f(x_2)=0$ ($x_1 > x_2 > 0$), 证明: $0 < \frac{2\ln x_1 \cdot \ln x_2}{\ln(x_1 \cdot x_2)} < 1$.

22. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右顶点分别为 A, B , 过椭圆 C 的右焦点 F 任作一条与 x 轴不垂直的直线 l 与椭圆 C 交于两点 M, N , 直线 AM 与直线 BN 交于点 Q .

(1) 若直线 AM, AN 的斜率分别为 k_1, k_2 , 探索 $k_1 \cdot k_2$ 是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 求出 $k_1 \cdot k_2$ 的取值范围;

(2) 证明动点 Q 在一条定直线上, 若此定直线与 x 轴交点为 E , 探索 $\vec{EM} \cdot \vec{EN}$ 是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 求出 $\vec{EM} \cdot \vec{EN}$ 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+\sqrt{5}\cos\theta, \\ y=\sqrt{5}\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 过点 $P(1, -1)$ 且倾斜角为

60° 的直线 l 交曲线 C 于 A, B 两点.

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的一个参数方程;

(2) 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x+2|+2|x-1|$.

(1) 解不等式 $f(x) \leq 4$;

(2) 设函数 $f(x)$ 的最小值为 m , $a+2b=m$ ($a > 1, b > 0$), 求 $\frac{1}{a-1} + \frac{2}{b}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线