

上饶市2023届第二次模拟考试

数学(文科)试题卷

命题人: 管仕华 马志峰 李急涛 缪泽明

座位号	

1. 本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答第I卷时, 选出每小题答案后, 用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号, 写在本试卷上无效.
3. 回答第II卷时, 将答案写在答题卡上, 答在本试卷上无效.
4. 本试卷共22题, 总分150分, 考试时间120分钟.

第I卷(选择题)

一、选择题: 本大题共12小题, 每小题5分, 共60分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x | x^2 < 16\}$, 则 $A \cap B =$ (▲)

A. $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ B. $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$
2. 若 $z = 3 + 4i$, 则 $\frac{|z|}{z} =$ (▲)

A. 1 B. -1 C. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ D. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$
3. 为了支持民营企业发展壮大, 帮助民营企业解决发展中的困难, 某市政府采用分层抽样调研走访各层次的民营企业. 该市的小型、中型、大型企业分别有900家、90家、10家. 若大型企业的抽样家数是2, 则中型企业的抽样家数应该是 (▲)

A. 180 B. 90 C. 18 D. 9
4. 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\tan \alpha = 3$, 则 $\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) =$ (▲)

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$
5. 某路口人行道的信号灯为红灯和绿灯交替出现, 红灯持续时间为40秒, 若一名行人来到该路口遇到红灯, 则至少需要等待15秒才出现绿灯的概率为 (▲)

A. $\frac{7}{10}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{10}$
6. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 直线 $y = 2$ 与椭圆 C 相切, 椭圆 C 的方程为 (▲)

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ D. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$

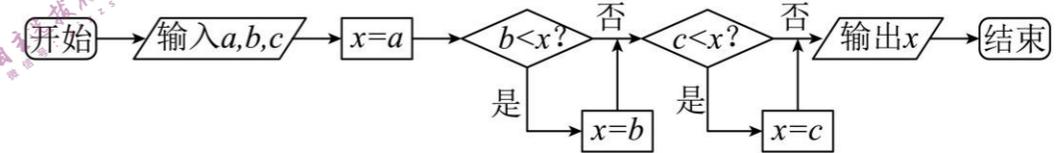
7. 《九章算术》涉及算术、代数、几何等诸多领域, 书中有如下问题: “今有圆亭, 下周三丈, 上周二丈, 高一丈. 问积几何?” 其意思为: “有一个圆台, 下底周长为3丈, 上底周长为2丈, 高为1丈. 那么该圆台的体积是多少?” 已知1丈等于10尺, 圆周率约为3, 估算出这个圆台体积约有 (▲)

- A. $4\frac{3}{4}$ 立方尺 B. $52\frac{7}{9}$ 立方尺 C. $427\frac{3}{4}$ 立方尺 D. $527\frac{7}{9}$ 立方尺

8. 在坐标平面中, 不等式组 $\begin{cases} y \leq \frac{1}{2}x + 1 \\ y \geq |x - 1| \end{cases}$ 所表示的平面区域的面积为 (▲)

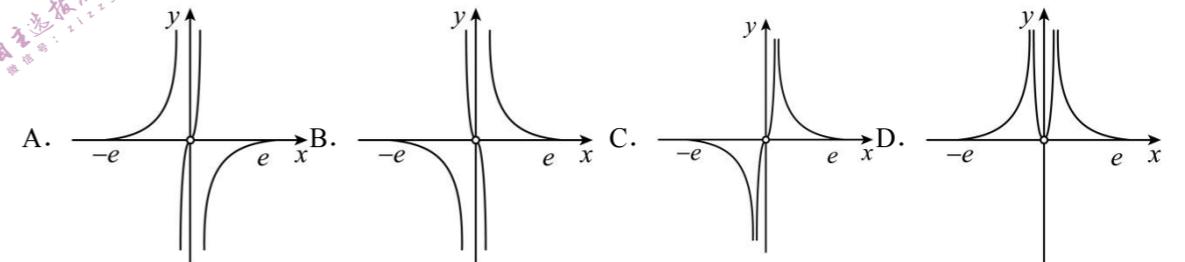
- A. 3 B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

9. 已知 $a = 2, b = e^{0.2}, c = \frac{6}{5}$ 执行如图所示的程序框图, 输出的值为 (▲)



- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{6}{5}$ C. $e^{0.2}$ D. 2

10. 函数 $y = \frac{\ln x^2 - 2}{\ln x^2 + 2} \sin x$ 的部分图像大致为 (▲)



11. 在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{6}, BC = 2$, 则 $AC - \sqrt{3}AB$ 的最小值 (▲)

- A. -4 B. $-\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

12. 已知双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 为双曲线右支上一点, M 为 $\triangle PF_1F_2$

的内切圆上一点, 则 $\overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{F_1F_2}$ 取值范围为 (▲)

- A. (18, 42) B. (24, 36) C. $(30 - 6\sqrt{5}, 30 + 6\sqrt{5})$ D. $(6 - 6\sqrt{5}, 6 + 6\sqrt{5})$

第 II 卷

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知向量 $\vec{a} = (-1, 3)$, $\vec{b} = (m, 0)$, 若 $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{a}$, 则 $m =$.

14. 曲线 $y = 2x + \frac{1}{x}$ 在点 $(1, 3)$ 处的切线方程为 .

15. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, AC 与 BD 交于点 O , 则直线 BC_1 与直线 OD_1 的夹角为 .

16. 关于函数 $f(x) = 2^{\sin x} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\sin x}$ 有如下四个命题:

- ①函数 $f(x)$ 的图像关于 y 轴对称. ②函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称.
 ③函数 $f(x)$ 的最小正周期为 2π . ④函数 $f(x)$ 的最小值为 2.

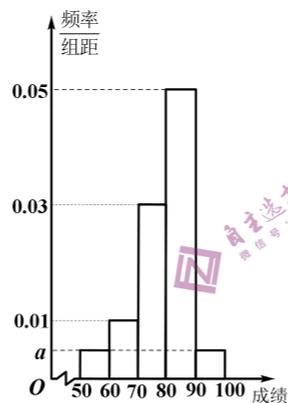
其中所有真命题的序号是 .

三、解答题：共 70 分解答. 应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

17. 某校 100 名学生期末考试化学成绩的频率分布直方图如图所示，其中成绩分组区间是：[50,60],[60,70],[70,80],[80,90],[90,100].

- (1)求图中 a 的值;
 (2)根据频率分布直方图，估计这 100 名学生化学成绩的平均分;
 (3)若这 100 名学生化学成绩某些分数段的人数 (x) 与物理成绩相应分数段的人数 (y) 之比如下表所示，求物理成绩在 [50, 90) 之外的人数.

分数段	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)
$x:y$	1:1	1:3	3:4	5:2

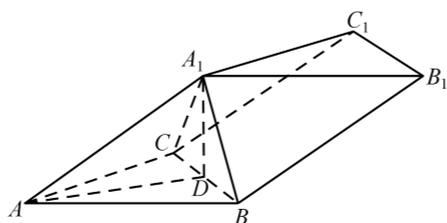


18. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + \frac{a_2}{3} + \dots + \frac{a_n}{2n-1} = \frac{3^n - 1}{2}$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. 如图，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是正三角形， $AB=AA_1=2$, $\angle A_1AB = \angle A_1AC$, D 是 BC 的中点.

- (1) 证明：平面 $A_1AD \perp$ 平面 ABC ;
 (2) 若 $\cos \angle A_1AB = \frac{3}{4}$, 求点 A_1 到平面 BCC_1B_1 的距离.

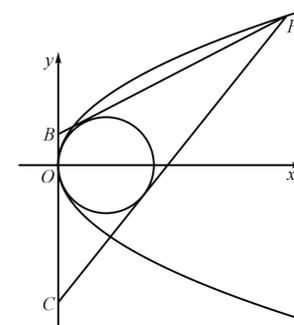


20. 已知函数 $f(x) = e^x - x - 1$.

- (1) 证明: $f(x) \geq 0$;
 (2) 当 $m \leq 1$ 时, 证明不等式 $e^x - mx + \cos x - 2 \geq 0$, 在 $x \in [0, +\infty)$ 上恒成立.

21. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 过点 $A(1, 2)$.

- (1) 求抛物线 C 的方程, 并求其准线方程;
 (2) 如图, 点 $P(x_0, y_0)$ ($x_0 > 4$) 是抛物线 C 上的动点, 点 B, C 在 y 轴上, 圆 $\Gamma: (x-2)^2 + y^2 = 4$ 内切于 $\triangle PBC$. 求 $\triangle PBC$ 面积的最小值.



(二) 选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{2t^2}{1+t^2}, \\ y = \frac{2t}{1+t^2} \end{cases}$ (t 为参数)，以坐标原点 O 为极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos \theta - \rho \sin \theta + 1 = 0$.

- (1) 求 C 和 l 的直角坐标方程;
 (2) 求 C 上的点到 l 距离的最小值.

23. [选修 4-5：不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = 11 - |x - a^2 - 4| - |x - 4a|$.

- (1) 当 $a = 1$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集;
 (2) 若 $f(x) \leq 2$, 求 a 的取值范围.