哈三中 2020 级高一新生入学摸底考试数学参考答案

一、选择题

ACDBC　DBACD

二、填空题

11. 1.

12. $a-8$.

13. 2.

14. $5(x-35)=4.5x$.

15. 40.

16. 9901

17. $\frac{60}{29}$

18. 一

19. -3

20. $\sqrt{2}$.

三、解答题

21.（1）证明：∵ $m\neq 0$，

∴ 方程 $mx^2+(3-m)x-3=0$ 为一元二次方程. ………………………

依题意，得 $\Delta=(3-m)^2+12m$

$=(m+3)^2$. …………………………………………………………

∵ 无论 m 取何实数，总有 $(m+3)^2\geqslant 0$，

∴ 此方程总有两个实数根. ………………………………………………

（2）解：由求根公式，得 $x=\frac{-(3-m)\pm(m+3)}{2m}$.

∴ $x_1=1$，$x_2=-\frac{3}{m}$（$m\neq 0$）. ………………………………………………

∵ 此方程的两个实数根都为正整数，

∴ 整数 m 的值为 -1 或 -3. ………………………………………………

22.解：B 项有 10 人，D 项有 4 人，划记略. ………………………………………………

选择各志愿服务项目的人数比例统计图中，B 占 25%，D 占 10%. ………………

分析数据、推断结论

a. 抽样的 40 个样本数据（志愿服务项目的编号）的众数是__C__. ………………

b. 根据学生选择情况答案分别如下（写出任意两个即可）.

A：$500\times 20\%=100$（人）.

B：$500\times 25\%=125$（人）.

C：$500\times 30\%=150$（人）.

D：$500\times 10\%=50$（人）.

E：$500\times 15\%=75$（人）. ………………………………………………………

23.解：（1）如图 3.

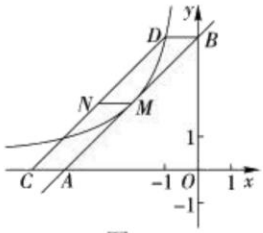

图 3

∵ 直线 $y=x+m$ 与 x 轴的交点为 $A(-4,0)$，

∴ $m=4$．……………………………………

∵ 直线 $y=x+m$ 与 y 轴的交点为 B，

∴ 点 B 的坐标为 $B(0,4)$．

∵ 线段 AB 的中点为 M，

可得点 M 的坐标为 $M(-2,2)$．

∵ 点 M 在函数 $y=\dfrac{k}{x}$（$k\neq0$）的图象上，

∴ $k=-4$．……………………………………………………………………

（2）①由题意得点 D 的坐标为 $D(-n,4)$．

∵ 点 D 落在函数 $y=-\dfrac{4}{x}$（$x<0$）的图象上，

∴ $-4n=-4$．

解得 $n=1$．……………………………………………………………………

②n 的取值范围是 $n\geqslant2$．………………………………………………………

24．解：（1）如图 4，作 $BE\perp OC$ 于点 E．

∵ 在⊙O 的内接△ABC 中，$\angle BAC=15°$，

∴ $\angle BOC=2\angle BAC=30°$．

在 Rt△BOE 中，$\angle OEB=90°$，$\angle BOE=30°$，$OB=r$，

∴ $BE=\dfrac{OB}{2}=\dfrac{r}{2}$．

∴ 点 B 到半径 OC 的距离为 $\dfrac{r}{2}$．…………………………………………………

（2）如图 4，连接 OA．

由 $BE\perp OC$，$DH\perp OC$，可得 $BE\mathbin{/\mkern-5mu/}DH$．

∵ AD 与⊙ O 相切，切点为 A，

∴ $AD\perp OA$．……………………………………

∴ $\angle OAD=90°$．

∵ $DH\perp OC$ 于点 H，

∴ $\angle OHD=90°$．

∵ 在△OBC 中，$OB=OC$，$\angle BOC=30°$，

∴ $\angle OCB=\dfrac{180°-\angle BOC}{2}=75°$．

∵ $\angle ACB=30°$，

∴ $\angle OCA=\angle OCB-\angle ACB=45°$．

∵ $OA=OC$，

∴ $\angle OAC=\angle OCA=45°$．

∴ $\angle AOC=180°-2\angle OCA=90°$．

∴ 四边形 $AOHD$ 为矩形，$\angle ADH=90°$．……………………………………

∴ $DH=AO=r$．

∵ $BE=\dfrac{r}{2}$，

∴ $BE=\dfrac{DH}{2}$．

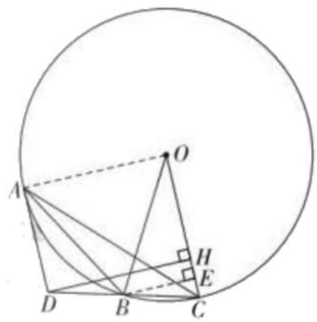

图 4

∵ $BE // DH$，

∴ $\triangle CBE \backsim \triangle CDH$.

∴ $\dfrac{CB}{CD}=\dfrac{BE}{DH}=\dfrac{1}{2}$. ……………………………………………………

25.解：(1)当 $m=1$ 时，抛物线 G 的函数表达式为 $y=x^2+2x$，直线 l 的函数表达式为 $y=x$.

画出的两个函数的图象如图 6 所示. ……………1 分

$\sqrt{2}$. ……………………………………………… 2 分

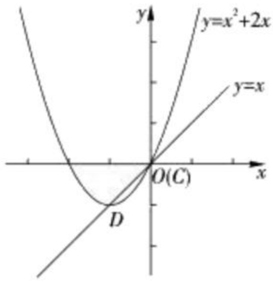

图 6

(2) ∵ 抛物线 G：$y=mx^2+2mx+m-1$ $(m\neq 0)$

与 y 轴交于点 C，

∴ 点 C 的坐标为 $C(0,m-1)$.

∵ $y=mx^2+2mx+m-1=m(x+1)^2-1$，

∴ 抛物线 G 的顶点 D 的坐标为 $(-1,-1)$.

对于直线 l：$y=mx+m-1\ (m\neq 0)$，

当 $x=0$ 时，$y=m-1$；

当 $x=-1$ 时，$y=m\times(-1)+m-1=-1$.

∴ 无论 m 取何值，点 C，D 都在直线 l 上. ……………………………………

(3) m 的取值范围是 $m\leqslant -\sqrt{3}$ 或 $m\geqslant \sqrt{3}$. ……………………………………

26. (1) ①补全的图形如图 7 所示. ……………………………………………………

② $\angle NCE=2\angle BAM$. ……………………………………………………

(2) 当 $45°<\alpha<90°$时，$\angle NCE=180°-2\angle BAM$. ……………………………………

证明：如图 8，连接 CM，设射线 AM 与 CD 的交点为 H.

∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

∴ $\angle BAD=\angle ADC=\angle BCD=90°$，直线 BD 为正方形 $ABCD$ 的对称轴，

点 A 与点 C 关于直线 BD 对称.

∵ 射线 AM 与线段 BD 交于点 M，

∴ $\angle BAM=\angle BCM=\alpha$.

∴ $\angle 1=\angle 2=90°-\alpha$.

∵ $CE\perp AM$，

∴ $\angle CEH=90°$，$\angle 3+\angle 5=90°$.

又∵ $\angle 1+\angle 4=90°$，$\angle 4=\angle 5$，

∴ $\angle 1=\angle 3$.

∴ $\angle 3=\angle 2=90°-\alpha$.

∵ 点 N 与点 M 关于直线 CE 对称，

∴ $\angle NCE=\angle MCE=\angle 2+\angle 3=180°-2\angle BAM$. ………………………

(3) $\sqrt{2}+1$. ……………………………………………………………………

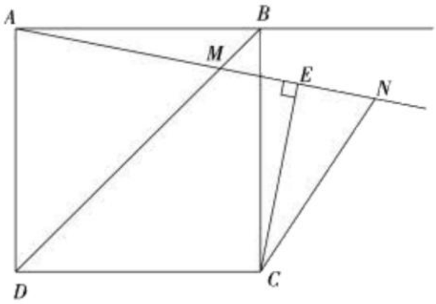

图 7

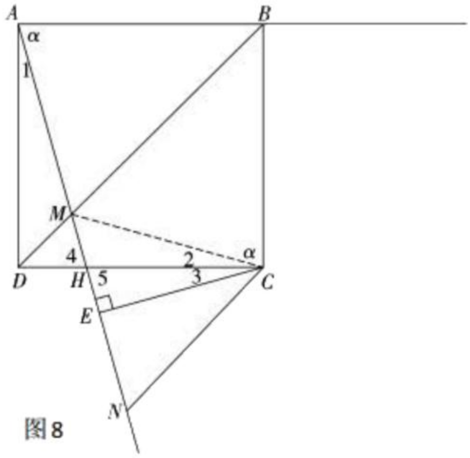

图 8

27. 解：（1）① $\sqrt{2}$. ……………………………………………………………………

②是. ……………………………………………………………………………

（2）①如图 9，当 $r=1$ 时，不妨设直线 QM 与⊙C 相切的切点 M 在 x 轴上方（切点 M 在 x 轴下方时同理），连接 CM，则 $QM\perp CM$.

∵ $Q(-1,0)$，$C(1,0)$，$r=1$，

∴ $CQ=2$，$CM=1$.

∴ $MQ=\sqrt{3}$.

此时 $k=\dfrac{2MQ}{CQ}=\sqrt{3}$. ………………………………………………………

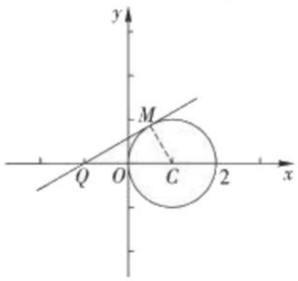

图 9

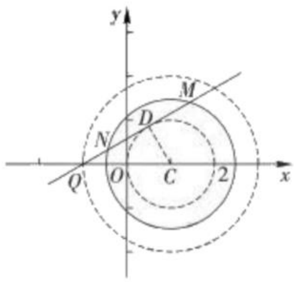

图 10

②如图 10，若直线 QM 与⊙C 不相切，设直线 QM 与⊙C 的另一个交点为 N（不妨设 $QN<QM$，点 N，M 在 x 轴下方时同理）.

作 $CD\perp QM$ 于点 D，则 $MD=ND$.

∴ $MQ+NQ=(MN+NQ)+NQ=2ND+2NQ=2DQ$.

∵ $CQ=2$，

∴ $k=\dfrac{MQ+NQ}{CQ}=\dfrac{2DQ}{CQ}=DQ$.

∴ 当 $k=\sqrt{3}$ 时，$DQ=\sqrt{3}$.

此时 $CD=\sqrt{CQ^2-DQ^2}=1$.

假设⊙C经过点Q，此时 $r=2$.

∵ 点Q在⊙C外，

∴ r的取值范围是 $1\leq r<2$. ……………………………………………

（3）$-\sqrt{3}<b<3\sqrt{3}$. ……………………………………………………………