2023届高三冲刺卷(五) 全国卷
理 科 数 学 试 题

注意事项:

1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为120分钟,满分150分

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

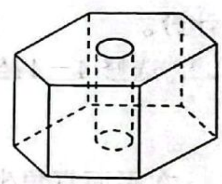
1.已知集合 $A=\{-1,1,2,3\}$, $B=\left\{x\left|\frac{2}{x-2}\leqslant 1\right.\right\}$,则 $A\cap B=$

A.$\{-1\}$　　B.$\{-1,1\}$　　C.$\{-1,1,2\}$　　D.$\{-1,1,2,3\}$

2.已知 $(3+a\mathrm{i})(-1+\mathrm{i})=-b+2\mathrm{i}$ ($a,b\in\mathbf{R}$,i为虚数单位),则复数 $\left|a-\frac{1}{2}b\mathrm{i}\right|=$

A.2　　B.$\sqrt{5}$　　C.$\sqrt{7}$　　D.6

3.在一个正六棱柱中挖去一个圆柱后,剩余部分几何体如图所示.已知正六棱柱的底面正六边形边长为3 cm,高为4 cm,内孔半径为1 cm,则此几何体的表面积是(　　) cm^2.



A.$72+\frac{27}{2}\sqrt{3}+6\pi$　　B.$72+27\sqrt{3}+8\pi$

C.$72+27\sqrt{3}+6\pi$　　D.$60+27\sqrt{3}+6\pi$

4.已知一组数据:2,3,4,6,m,则下列说法不正确的是

A.若 $m=7$,则平均数为4.4　　B.若 $m=4$,则众数为4

C.若 $m=6$,则中位数为4　　D.若 $m=10$,则方差为40

5.已知 $\sin\left(\frac{6\pi}{5}+\alpha\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$,则 $\cos\left(\frac{3\pi}{5}-2\alpha\right)=$

A.$-\frac{2}{3}$　　B.$-\frac{1}{3}$　　C.$\frac{2}{3}$　　D.$\frac{1}{3}$

6.已知数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数, $a_1=3$,且有 $a_{n+1}=3-\frac{2}{a_n}$,则 $a_n=$

A.$\frac{1}{2^n-1}$　　B.$\frac{3}{2^n-1}$　　C.$4-\frac{1}{2^n-1}$　　D.$\frac{1}{2^n-1}+2$

7.北宋大科学家沈括在《梦溪笔谈》中首创的“隙积术”,就是关于高阶等差数列求和的问题.现有一货物堆,从上向下查,第一层有1个货物,第二层比第一层多2个,第三层比第二层多3个,以此类推,记第 n 层货物的个数为 a_n,则数列 $\left\{\frac{2n+1}{a_n^2}\right\}$ 的前2 023项和为

A.$2\left[1-\left(\frac{1}{2\,024}\right)^2\right]$　　B.$2\left[1-\left(\frac{1}{2\,023}\right)^2\right]$　　C.$4\left[1-\left(\frac{1}{2\,023}\right)^2\right]$　　D.$4\left[1-\left(\frac{1}{2\,024}\right)^2\right]$

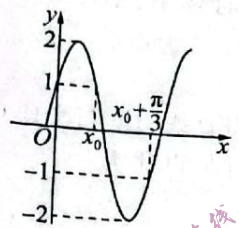
8.若 $a\in A$ 且 $a-1\notin A$，$a+1\notin A$，则称 a 为集合 A 的孤立元素.若集合 $M=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，集合 N 为集合 M 的三元子集，则集合 N 中的元素都是孤立元素的概率为

A.$\frac{33}{84}$　　B.$\frac{17}{42}$　　C.$\frac{35}{84}$　　D.$\frac{1}{2}$

9.已知抛物线 $T:x^2=4y$，F 为抛物线的焦点，P 为抛物线上一点，过点 P 作 PQ 垂直于抛物线的准线，垂足为 Q，若 $|PF|=|QF|$，则 $\triangle PFQ$ 的面积为

A.4　　B.$2\sqrt{3}$　　C.$4\sqrt{3}$　　D.$8\sqrt{3}$

10.已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$（其中 $\omega>0,0<\varphi<\pi$）的图象如图所示，且满足 $f(0)=f(x_0)=-f\left(x_0+\frac{\pi}{3}\right)=1$，则 $x_0=$



A.$\frac{\pi}{6}$　　B.$\frac{\pi}{3}$　　C.$\frac{2\pi}{9}$　　D.$\frac{4\pi}{9}$

11.在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=AD=4$，$AA_1=3$，点 P 在底面 $ABCD$ 的边界及其内部运动，且满足 $AP\leqslant 1$，则下列结论不正确的是

A.若点 M 满足 $\overrightarrow{A_1M}=2\overrightarrow{MA}$，则 $\angle AMP\leqslant\frac{\pi}{4}$

B.点 P 到平面 A_1CD_1 的距离范围为 $\left[\frac{9}{5},\frac{12}{5}\right]$

C.若点 M 满足 $\overrightarrow{A_1M}=2\overrightarrow{MA}$，则不存在点 P 使得 $\angle MPC_1=\frac{\pi}{2}$

D.当 $BP=3$ 时，四面体 $P-B_1C_1B$ 的外接球体积为 $\frac{17\sqrt{34}\pi}{3}$

12.已知函数 $f(x)=\frac{e^{x-1}}{x}+\frac{x}{e^{x-1}+x}+a$，若 $f(x)=0$ 有 3 个不同的解 x_1,x_2,x_3 且 $x_1<x_2<x_3$，则 $\frac{2e^{x_1}}{x_1}+\frac{e^{x_2}}{x_2}+\frac{e^{x_3}}{x_3}$ 的取值范围是

A.$(e,+\infty)$　　B.$[2e,+\infty)$　　C.$(-8e,+\infty)$　　D.$(e,2e)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.已知圆 $C:x^2+y^2-6x+5=0$，直线 $y=\frac{1}{3}(x+1)$ 与圆 C 相交于 M,N 两点，则 $|MN|=$________.

14.已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$，满足 $2|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{c}|=2$，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{1}{2}$，$\boldsymbol{c}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$，则 $\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=$________.

15.已知 $x>0,y>0,x+2y=1$，则 $\frac{x^2+x+1}{2xy}$ 的最小值为________.

16.已知函数 $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}+1$，$g(x)=(1+m)e^x(m\in\mathbf{R})$，若 $f(x)\leqslant g(x)$ 恒成立，则实数 m 的取值范围为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：60 分。

17.（12 分）在锐角△ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $a^2+c^2-ac=4$，$b=2$.

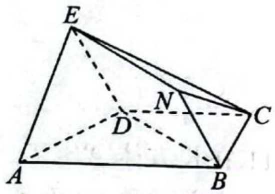
（1）求角 B 的大小；

（2）求 $\frac{a}{c}$ 的取值范围.

18.（12 分）在底面 $ABCD$ 为梯形的多面体中，$AB/\!/CD$，$BC\perp CD$，$AB=2CD=2\sqrt{2}$，$\angle CBD=45°$，$BC=AE=DE$，且四边形 $BDEN$ 为矩形.

（1）求证：$BD\perp AE$；

（2）线段 EN 上是否存在点 Q，使得直线 BE 与平面 QAD 所成的角为 $60°$？若不存在，请说明理由.若存在，确定点 Q 的位置并加以证明.



19.（12 分）已知某种汽车新购入价格为 14 万元，但随着使用年限增加汽车会贬值.通过调查发现使用年限 x（单位：年）与出售价 y（单位：万元）之间的关系有如下一组数据：

x	1	2	4	8	10
y	12	10	7	6	5

（1）求 y 关于 x 的回归方程；

（2）已知 $R^2=1-\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}$，当 $R^2\geqslant 0.9$ 时，回归方程的拟合效果非常好；当 $0.8<R^2<0.9$ 时，回归方程的拟合效果良好.试问该线性回归方程的拟合效果是非常好还是良好？说明你的理由.

（附：用最小二乘法求经验回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的系数公式 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$；$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.）

20.(12 分)已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的长轴长与短半轴长之比为 $2\sqrt{2}$，且点 $A(2,\sqrt{2})$ 在椭圆 C 上.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)直线 $l:x=my-4$ 与 x 轴，椭圆 C 依次相交于 D、P、Q 三点，点 M 为线段 PQ 上的一点，若 $\frac{|DP|}{|DQ|}=\frac{|PM|}{|MQ|}$，求 $\triangle ODM$(O 为坐标原点)面积的取值范围.

21.(12 分)已知函数 $f(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2$(e 为自然对数的底数).

(1)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

(2)设 $g(x)=f(x)+3x+1$，若 $x_1+x_2\geqslant 0$，求证：$g(x_1)+g(x_2)\geqslant 4$.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.[选修 4－4：坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程是 $\begin{cases}x=\frac{\sqrt{5}}{5}t,\\ y=\frac{2\sqrt{5}}{5}t+a-3,\end{cases}$($t$ 为参数)，以坐标原点 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=8\cos\theta-4\sin\theta$.

(1)求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程；

(2)若曲线 C 上有且仅有三个点到直线 l 的距离为 $\sqrt{5}$，求实数 a 的值.

23.[选修 4－5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=3|x-1|+\sqrt{9x^2-6ax+a^2}$.

(1)当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)\leqslant 8$ 的解集；

(2)若 $f(x)$ 的最小值为 0，实数 x,y,z 满足 $x^2+2y^2+3z^2=a$，求 $xz+2yz$ 的最大值.