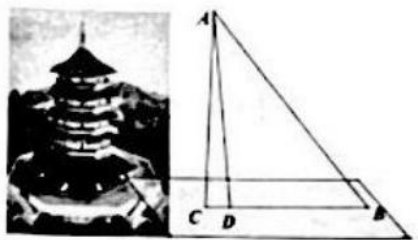




6. 雷峰塔位于杭州市西湖景区, 主体为平面八角形体仿唐宋楼阁式塔, 总占地面积 3133 平方米. 项目学习小组为了测量雷峰塔的高度, 如图选取了与底部水平的直线  $BC$ , 测得  $\angle ABC$ ,  $\angle ADC$  的度数分别为  $\alpha$ ,  $\beta$ , 以及  $D$ ,  $B$  两点间的距离  $d$ , 则塔高  $AC = ( )$



(第 6 题)

- A.  $\frac{d \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)}$       B.  $\frac{d \sin \alpha \sin \beta}{\cos(\beta - \alpha)}$   
C.  $\frac{d \tan \alpha \tan \beta}{\tan(\beta - \alpha)}$       D.  $\frac{d \sin \alpha \cos \beta}{\sin(\beta - \alpha)}$

7. 已知函数  $f(x) = ex + \pi$ ,  $g(x) = \left(\frac{\pi}{e}\right)^x$  ( $e$  为自然对数的底数), 则 ( )

- A.  $\forall x \in (0, +\infty)$ ,  $f(x) > g(x)$   
B.  $\exists x_0 \in \left(\frac{e}{\pi}, e\pi\right)$ , 当  $x = x_0$  时,  $f(x) = g(x)$   
C.  $\forall x \in \left(\frac{e}{\pi}, e\pi\right)$ ,  $f(x) < g(x)$   
D.  $\exists x_0 \in (e^{2x}, +\infty)$ , 当  $x > x_0$  时,  $f(x) < g(x)$

8. 设函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0$ ,  $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ),  $f(-\frac{\pi}{8}) = 0$ ,  $|f(\frac{3\pi}{8})| = 1$ , 且  $f(x)$

在区间  $(-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{24})$  上单调, 则  $\omega$  的最大值为 ( )

- A. 1      B. 3      C. 5      D. 7

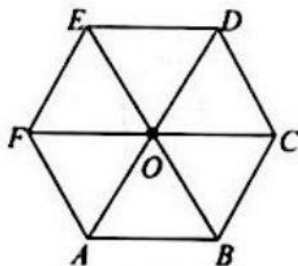
二、多项选择题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.)

9. 已知函数  $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ , 则 ( )

- A. 函数  $f(x)$  的图象关于原点对称      B. 函数  $f(x)$  的图象关于  $y$  轴对称  
C. 函数  $f(x)$  的值域为  $(-1, 1)$       D. 函数  $f(x)$  是减函数

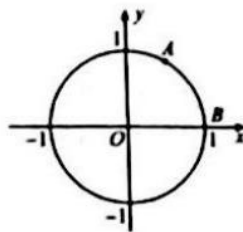
10. 如图,  $O$  是正六边形  $ABCDEF$  的中心, 则 ( )

- A.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AO}$   
B.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AD}$   
C.  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD}$   
D.  $\overrightarrow{AD}$  在  $\overrightarrow{AB}$  上的投影向量为  $\overrightarrow{AB}$



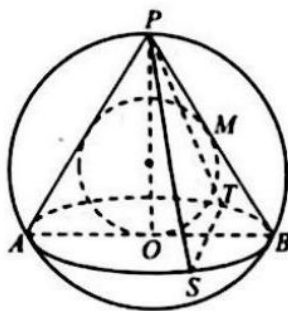
(第 10 题)

11. 如图, 质点  $A$  和  $B$  在单位圆  $O$  上逆时针作匀速圆周运动. 若  $A$  和  $B$  同时出发,  $A$  的角速度为  $1\text{rad/s}$ , 起点位置坐标为  $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ,  $B$  的角速度为  $2\text{rad/s}$ , 起点位置坐标为  $(1, 0)$ , 则 ( )



(第 11 题)

- A. 在  $1\text{s}$  末, 点  $B$  的坐标为  $(\sin 2, \cos 2)$   
 B. 在  $1\text{s}$  末, 扇形  $AOB$  的弧长为  $\frac{\pi}{3} - 1$   
 C. 在  $\frac{7\pi}{3}\text{s}$  末, 点  $A, B$  在单位圆上第二次重合  
 D.  $\triangle AOB$  面积的最大值为  $\frac{1}{2}$
12. 圆锥内半径最大的球称为该圆锥的内切球. 若圆锥的顶点和底面的圆周都在同一个球面上, 则称该球为圆锥的外接球. 如图, 圆锥  $PO$  的内切球和外接球的球心重合, 且圆锥  $PO$  的底面直径为  $2a$ , 则 ( )
- A. 设内切球的半径为  $r_1$ , 外接球的半径为  $r_2$ , 则  $r_2 = 2r_1$   
 B. 设内切球的表面积  $S_1$ , 外接球的表面积为  $S_2$ , 则  $S_1 = 4S_2$   
 C. 设圆锥的体积为  $V_1$ , 内切球的体积为  $V_2$ , 则  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{4}$   
 D. 设  $S, T$  是圆锥底面圆上的两点, 且  $ST = a$ , 则平面  $PST$  截内切球所得截面的面积为  $\frac{\pi a^2}{15}$



(第 12 题)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^{\frac{1}{2}}, & x > 0, \\ (\frac{1}{2})^x, & x < 0 \end{cases}$ , 若  $f(a) = \frac{1}{2}$ , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .
14. 将曲线  $y = \sin x$  上所有点向左平移  $\varphi$  ( $\varphi > 0$ ) 个单位, 得到函数  $y = -\sin x$  的图象, 则  $\varphi$  的最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
15. 已知正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的各条棱长都是 2, 则直线  $CB_1$  与平面  $AA_1B_1B$  所成角的正切值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ; 直线  $CB_1$  与直线  $A_1B$  所成角的余弦值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 对于函数  $y=f(x)$  ( $x \in I$ ), 若存在  $x_0 \in I$ , 使得  $f(x_0)=x_0$ , 则称  $x_0$  为函数  $y=f(x)$  的“不动点”; 若存在  $x_0 \in I$ , 使得  $f(f(x_0))=x_0$ , 则称  $x_0$  为函数  $y=f(x)$  的“稳定点”. 记函数  $y=f(x)$  的“不动点”和“稳定点”的集合分别为  $A$  和  $B$ , 即  $A=\{x|f(x)=x\}$ ,  $B=\{x|f(f(x))=x\}$ . 经研究发现: 若函数  $f(x)$  为增函数, 则  $A=B$ . 设函数  $f(x)=\sqrt{x-a}$  ( $a \in \mathbb{R}$ ), 若存在  $b \in [0, 1]$  使  $f(f(b))=b$  成立, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本题满分 10 分)

在平面直角坐标系中, 已知角  $\alpha$  的顶点与原点  $O$  重合, 始边与  $x$  轴的非负半轴重合, 它的终边过点  $P(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ .

(1) 求  $\sin \alpha$  的值.

(2) 若角  $\beta$  满足  $\sin(\alpha+\beta)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 求  $\cos \beta$  的值.

18. (本题满分 12 分)

某工厂产生的废气经过滤后排放, 过滤过程中废气的污染物数量  $P$  mg/L 与时间  $t$  h 间的关系为  $P=P_0e^{-kt}$  (其中  $P_0, k$  是正常数). 已知在前 5 个小时消除了 10% 的污染物.

(1) 求  $k$  的值 (精确到 0.01).

(2) 求污染物减少 50% 需要花的时间 (精确到 0.1 h)?

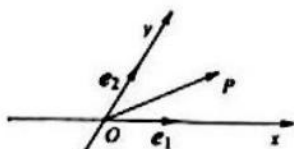
参考数据:  $\ln 2=0.693, \ln 3=1.099, \ln 5=1.609$

19. (本题满分 12 分)

我们把由平面内夹角成  $60^\circ$  的两条数轴  $Ox, Oy$  构成的坐标系, 称为“@未来坐标系”. 如图所示,  $e_1, e_2$  两分别为  $Ox, Oy$  正方向上的单位向量. 若向量  $\overrightarrow{OP}=xe_1+ye_2$ , 则把实数对  $(x, y)$  叫做向量  $\overrightarrow{OP}$  的“@未来坐标”, 记  $\overrightarrow{OP}=\{x, y\}$ . 已知  $\{x_1, y_1\}, \{x_2, y_2\}$  分别为向量  $a, b$  的@未来坐标.

(1) 证明:  $\{x_1, y_1\} + \{x_2, y_2\} = \{x_1+x_2, y_1+y_2\}$ .

(2) 若向量  $a, b$  的“@未来坐标”分别为  $\{1, 2\}, \{2, 1\}$ , 求向量  $a, b$  的夹角的余弦值.



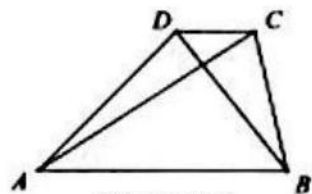
(第 19 题)

20. (本题满分 12 分)

在四边形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $AD \cdot \sin \angle ADC = 2CD \cdot \sin \angle ABC$ .

(1) 求证:  $BC = 2CD$ .

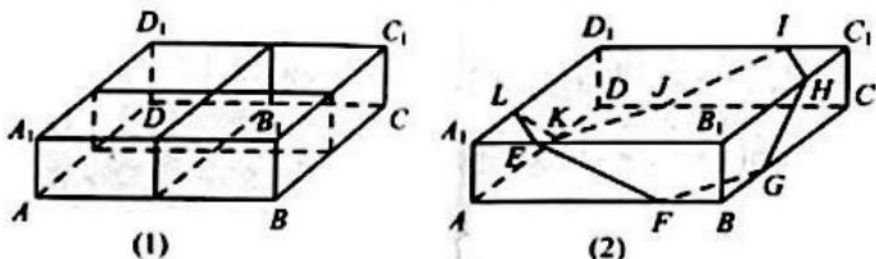
(2) 若  $AB = 3CD = 3$ , 且  $AD \cdot \sin \angle ADB = AB \cdot \sin 60^\circ$ ,  
求四边形  $ABCD$  的面积.



(第 20 题)

21. (本题满分 12 分)

生活中为了美观起见, 售货员用彩绳对长方体礼品盒进行捆扎. 有以下两种捆扎方案: 方案 (1) 为十字捆扎 (如图 (1)), 方案 (2) 为对角捆扎 (如图 (2)). 设礼品盒的长  $AB$ , 宽  $BC$ , 高  $AA_1$  分别为 30cm, 20cm, 10cm.



(第 21 题)

(1) 在方案 (2) 中, 若  $LA_1 = A_1E = IC_1 = C_1H = FB = BG = 10\text{cm}$ , 设平面  $LEF$  与平面  $GHI$  的交线为  $l$ , 求证:  $l \parallel$  平面  $ABCD$ .

(2) 不考虑花结用绳, 对于以上两种捆扎方式, 你认为哪一种方式所用彩绳最少, 最短绳长为多少 cm?

22. (本题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ),  $g(x) = x$  ( $x > 0$ ).

(1) 直接写出  $|f(x) - g(x)| < |g(x) - f(x) + 1|$  的解集;

(2) 若  $f(x_1) = f(x_2) = g(x_3)$ , 其中  $x_1 < x_2$ , 求  $f(x_1 + x_2) + g(x_3)$  的取值范围;

(3) 已知  $x$  为正整数, 求  $h(x) = (m+1)x^2 - 2(m^2+1)x$  ( $m \in \mathbb{N}^*$ ) 的最小值 (用  $m$  表示).



## 关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizs.com](http://www.zizs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主招生领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**浙江官方微信号：**zjgkjzb**。



微信搜一搜

浙考家长帮

