

2019 年全国高中数学联赛模拟试题（九）参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	A	A	D	C	C	B	C	A

二、填空题（本大题有 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

11. $(x+y)(x+y-3)$

12. 4 ;

13. $\frac{7}{15}$;

14. 14. 20.3

15. 15. $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

三、解答题（本大题共 4 个小题，满分 28 分）

15. （6 分）解法一： $(x-3)^2 + 4x(x-3) = 0$

$(x-3)(x-3+4x) = 0$ $(x-3)(5x-3) = 0$ （3 分）

$x-3=0$ 或 $5x-3=0$ $x_1=3, x_2=\frac{3}{5}$ （6 分）

解法二： $x^2 - 6x + 9 + 4x^2 - 12x = 0$

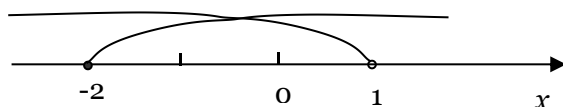
$5x^2 - 18x + 9 = 0$ （2 分） $x = \frac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \times 5 \times 9}}{2 \times 5} = \frac{18 \pm 12}{10}$

$x_1=3, x_2=\frac{3}{5}$ （6 分）

（其它解法可参照给分）

. （6 分）解：解不等式（1）得 $x < 1$ （2 分）

解不等式（2）得 $x \geq -2$ （3 分）



..... （4 分）

所以不等式组的解集为 $-2 \leq x < 1$.

(2) 解: 去分母得: $2-x+3(x-3)=-2$ 2 分

化简得 $2x=5$, 解得 $x=\frac{5}{2}$,2 分

经检验, $x=\frac{5}{2}$ 是原方程的根.1 分

$\therefore$ 原方程的根是 $x=\frac{5}{2}$.

16. (本小题 10 分)

(1) $x=12$, $y=1$, $m=0.24$, $n=0.02$4 分

(2) C 等扇形的圆心角的度数为: $(0.08+0.02) \times 360^\circ = 36^\circ$3 分

(3) 达到 A 等和 B 等的人数为: $(0.14+0.24+0.3+0.16) \times 200 = 168$ 人.3 分

17. (本小题 10 分)

(1) 设家庭轿车拥有量的年平均增长率为 x , 则:

$64(1+x)^2=100$,2 分

解得: $x_1=\frac{1}{4}=25\%$, $x_2=-\frac{9}{4}$ (不合题意, 舍去),2 分

$\therefore 100(1+25\%)=125$1 分

答: 该小区到 2009 年底家庭轿车将达到 125 辆.1 分

(2) 设该小区可建室内车位 a 个, 露天车位 b 个, 则:

$$\begin{cases} 0.5a+0.1b=15 & \text{①} \\ 2a \leq b \leq 2.5a & \text{②} \end{cases}$$
2 分

由①得: $b=150-5a$ 代入②得: $20 \leq a \leq \frac{150}{7}$,

$\therefore a$ 是正整数, $\therefore a=20$ 或 21,

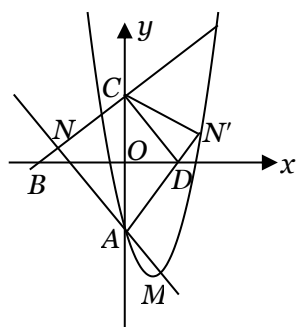
当 $a=20$ 时 $b=50$, 当 $a=21$ 时 $b=45$2 分

$\therefore$ 方案一: 建室内车位 20 个, 露天车位 50 个; 方案二: 室内车位 21 个, 露天车位 45 个.

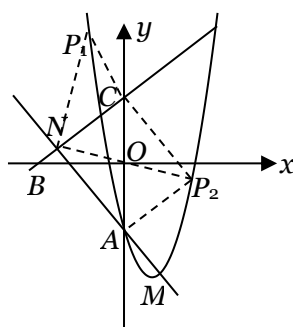
18. (本小题 12 分)

(1) $M(1, a-1)$, $N\left(\frac{4}{3}a, -\frac{1}{3}a\right)$4 分

(2) 由题意得点 N 与点 N' 关于 y 轴对称, $\therefore N'\left(-\frac{4}{3}a, -\frac{1}{3}a\right)$,



第(2)题



备用图

将 N' 的坐标代入 $y = x^2 - 2x + a$ 得 $-\frac{1}{3}a = \frac{16}{9}a^2 + \frac{8}{3}a + a$,

$\therefore a_1 = 0$ (不合题意, 舍去), $a_2 = -\frac{9}{4}$2 分

$\therefore N\left(-3, \frac{3}{4}\right)$, $\therefore$ 点 N 到 y 轴的距离为 3.

$\therefore A\left(0, -\frac{9}{4}\right)$, $N'\left(3, \frac{3}{4}\right)$, $\therefore$ 直线 AN' 的解析式为 $y = x - \frac{9}{4}$,

它与 x 轴的交点为 $D\left(\frac{9}{4}, 0\right)$, $\therefore$ 点 D 到 y 轴的距离为 $\frac{9}{4}$.

$\therefore S_{\text{四边形}ADCN} = S_{\triangle ACN} + S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times 3 + \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{189}{16}$2 分

(3) 当点 P 在 y 轴的左侧时, 若 $ACPN$ 是平行四边形, 则 PN 平行且等于 AC ,

$\therefore$ 把 N 向上平移 $-2a$ 个单位得到 P , 坐标为 $\left(\frac{4}{3}a, -\frac{7}{3}a\right)$, 代入抛物线的解析式,

得: $-\frac{7}{3}a = \frac{16}{9}a^2 - \frac{8}{3}a + a$

$\therefore a_1 = 0$ (不合题意, 舍去), $a_2 = -\frac{3}{8}$,

$\therefore P\left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{8}\right)$2 分

当点 P 在 y 轴的右侧时, 若 $APCN$ 是平行四边形, 则 AC 与 PN 互相平分,

$\therefore OA = OC$, $OP = ON$.

$\therefore P$ 与 N 关于原点对称, $\therefore P\left(-\frac{4}{3}a, \frac{1}{3}a\right)$,

将 P 点坐标代入抛物线解析式得: $\frac{1}{3}a = \frac{16}{9}a^2 + \frac{8}{3}a + a$,

$\therefore a_1 = 0$ (不合题意, 舍去), $a_2 = -\frac{15}{8}$, $\therefore P\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{8}\right)$2 分

$\therefore$ 存在这样的点 $P_1\left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{8}\right)$ 或 $P_2\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{8}\right)$, 能使得以 P, A, C, N 为顶点的四边形是平行四边形.

自主招生在线创始于 2014 年, 是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台, 旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵, 关注用户超百万, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生, 引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主招生在线官方微信号:

zizzsw。



微信扫一扫, 快速关注