成都七中 2023 届高三上期入学考试数学试卷（理科）

考试时间：120 分钟　　总分：150 分

一．选择题（每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求．把答案涂在答题卷上.）

1. 已知集合 $M=\{y|y=\sin x,x\in\mathbf{R}\}$，$N=\{x|x^2-x-2<0\}$，则 $M\cap N=$（　）

A. $(-1,1]$　　B. $[-1,2)$　　C. $(-1,1)$　　D. $[-1,1)$

2. 设 i 为虚数单位，若复数 $(1+\mathrm{i})(1+a\mathrm{i})$ 是纯虚数，则实数 $a=$（　）

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

3. $(1-2x)^4$ 的展开式中含 x^2 项的系数为（　）

A. -24　　B. 24　　C. -16　　D. 16

4. 已知 $A(-\sqrt{3},0),B(\sqrt{3},0),C(0,3)$，则 ΔABC 外接圆的方程为（　）

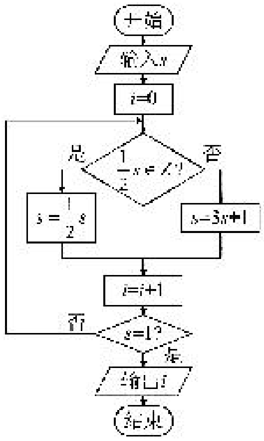
A $(x-1)^2+y^2=2$　　B. $(x-1)^2+y^2=4$　　C. $x^2+(y-1)^2=2$　　D. $x^2+(y-1)^2=4$

5.已知一个半径为4 的扇形圆心角为 $\theta(0<\theta<2\pi)$，面积为 2π，若 $\tan(\theta+\varphi)=3$，则 $\tan\varphi=$（　）

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 2　　D. $-\frac{1}{2}$

6. 考拉兹猜想是引人注目的数学难题之一，由德国数学家洛塔尔·考拉兹在20 世纪30 年代提出，其内容是：任意给定正整数 s，如果 s 是奇数，则将其乘3 加1；如果 s 是偶数，则将其除以 2，所得的数再次重复上面步骤，最终都能够得到1．下边的程序框图演示了考拉兹猜想的变换过程．若输入 s 的值为5，则输出 i 的值为（　）

A.4　　B. 5　　C.6　　D.7



7. 莫高窟坐落在甘肃的敦煌，它是世界上现存规模最大､内容最丰富的佛教艺术胜地，每年都会吸引来自世界各地的游客参观旅游.已知购买莫高窟正常参观套票可以参观 8 个开放洞窟，在这 8 个洞窟中莫高窟九层楼 96 号窟､莫高窟三层楼 16 号窟､藏经洞 17 号窟被誉为最值得参观的洞窟.根据疫情防控的需要，莫高窟改为极速参观模式，游客需从套票包含的开放洞窟中随机选择 4 个进行参观，所有选择中至少包含 2 个最值得参观洞窟的概率是（　）

A. $\frac{4}{7}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{3}{7}$　　D. $\frac{1}{35}$

8. 设l,m,n表示直线，α,β表示平面，使"$l\perp\alpha$"成立的充分条件是（　）

A. $\alpha\perp\beta$，$l//\beta$　　　　B. $\alpha\perp\beta$，$l\subset\beta$

C. $l//n$，$n\perp\alpha$　　　　D. $m\subset\alpha$，$n\subset\alpha$，$l\perp m$，$l\perp n$

9. 等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_2=3$，$S_3=13$，则a_3为（　）

A. 1 或 9　　B.1　　C.9　　D. 3

10. 设函数$f(x)$定义域为R，$f(x-1)$为奇函数，$f(x+1)$为偶函数，当$x\in(-1,1)$时，$f(x)=-x^2+1$，则下列结论错误的是（　）

A. $f\left(\frac{7}{2}\right)=-\frac{3}{4}$　　　　B. $f(x+7)$为奇函数

C. $f(x)$在$(6,8)$上为减函数　　　　D. $f(x)$的一个周期为 8

11. 已知F是椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点，经过原点$O$的直线$l$与椭圆$E$交于$P$，$Q$两点，若$|PF|=5|QF|$且$\angle PFQ=120^\circ$，则椭圆$E$的离心率为（　）

A. $\frac{\sqrt{7}}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{21}}{6}$　　D. $\frac{\sqrt{21}}{5}$

12. 设$a=0.01$，$b=\ln(1+\sin 0.01)$，$c=1.1\ln 1.01$，则a，b，c的大小关系正确的是（　）

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $b<c<a$　　D. $b<a<c$

二、填空题：本大题共 **4** 小题，每小题 **5** 分，共 **20** 分．把答案填在题中的横线上．

13. 已知$\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(\lambda,3),(2\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{a}$，则$\lambda=$_________.

14. 如图一个正六棱柱的茶叶盒，底面边长为10cm，高为20cm，则这个茶叶盒的表面积为______cm^2.

15. 在ΔABC中，内角A,B,C，所对的边分别为a,b,c已知$b\cos C+c\cos B=3a\cos A$，若S 为ΔABC的面积，则$\frac{a^2}{S}$的最小值为_______.

16. 已知抛物线$C:x^2=4y$的焦点为F，过点F作倾斜角为60°的动直线l交C于A,B两点，过A,B分别作C的切线l_1、l_2，l_1与l_2交于点P，l_1，l_2与x轴的交点分别为M,N，则四边形$PMFN$的面积为______.

2

三、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

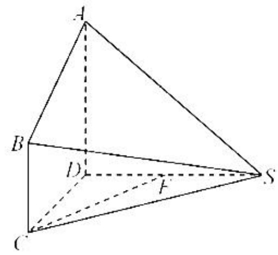
17．（12分）已知公差 d 不为0的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_3=6$，$\dfrac{S_5}{S_9}=\dfrac{1}{3}$．

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；（2）若数列 $b_n=2^{a_n}$，$c_n=a_n+b_n$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n．

18．（12分）如图所示，在四棱锥 $S-ABCD$ 中，$AD\perp$ 平面 SCD，$BC\perp$ 平面 SCD，$AD=CD=2$，$BC=1$，又 $SD=2$，$\angle SDC=120^\circ$，F 为 SD 中点．

（1）证明：$CF//$ 平面 SAB；

（2）求平面 SAD 与平面 SAB 所成的锐二面角的余弦值．

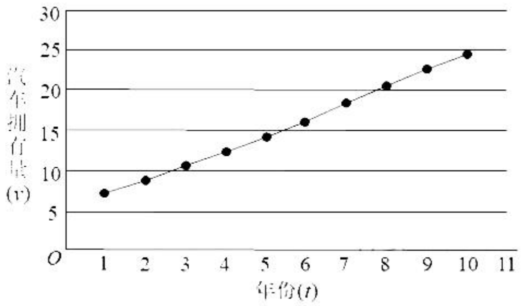


19．（12分）《中国统计年鉴2021》数据显示，截止到2020年底，我国私人汽车拥有量超过24千万辆．下图是2011年至2020年十年间我国私人汽车拥有量 y（单位：千万辆）折线图．

（注：年份代码1-10分别对应年份2011-2020）

（1）由折线图能够看出，可以用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系，请用相关系数加以说明；

（2）建立 y 关于 t 的线性回归方程（系数精确到0.01），并预测2022年我国私人汽车拥有量．



参考数据：$\bar{y}=15.5$，$\sum_{i=1}^{10}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})=160.1$，

$\sum_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})^2=311.4$，$\sum_{i=1}^{10}(t_i-\bar{t})^2=82.5$，$\sqrt{25550.5}\approx159.8$，$\sqrt{25690.5}\approx160.3$．

参考公式：相关系数 $r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$，线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}t+\hat{a}$ 中，斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}t_iy_i-n\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}t_i^2-n\bar{t}^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}$．

3

20.（12分）已知椭圆E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的长轴长是短轴长的两倍，且过点$\left(-\sqrt{3},\frac{1}{2}\right)$.

（1）求椭圆E的方程；

（2）设椭圆E的下顶点为点A，若不过点A且不垂直于坐标轴的直线l交椭圆E于P，Q两点，直线AP，AQ分别与x轴交于M，N两点.若M，N的横坐标之积是2，证明：直线l过定点.

21.（12分）已知函数$f(x)=e^x$，$g(x)=\sin x+\cos x$.

（1）已知$f(x)\geq ax+1$恒成立，求a的值；

（2）证明：当$x>-\frac{\pi}{4}$时，$f(x)>g(x)$；

（3）当$x>-\frac{\pi}{4}$时，不等式$f(x)+g(x)-2-ax\geq 0(a\in\mathbf{R})$，求$a$的取值范围.

22.（10分）在平面直角坐标系xOy中，设曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}+\frac{1}{2}t,\\ y=-1+\frac{\sqrt{3}}{2}t.\end{cases}$（$t$为参数），以坐标原点$O$为极点，以$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，设曲线$C_2$的极坐标方程为$\rho=a\cos\theta(a>0)$.

（1）求曲线C_1的普通方程；

（2）若曲线C_2上恰有三个点到曲线C_1的距离为$\frac{1}{2}$，求实数a的值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。