

济宁市 2022 年高考模拟考试

数学试题

2022.04

本试卷共 4 页, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟。

注意事项:

- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考试号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
- 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z = \frac{2i}{1-i}$, 则 z 在复平面内对应的点为

- A. (1, 1) B. (1, -1) C. (-1, 1) D. (-1, -1)

2. 设集合 $A = \{x | \log_{0.5}(x-1) > 0\}$, $B = \{x | 2^x < 4\}$, 则

- A. $A=B$ B. $A \supseteq B$ C. $A \cap B = B$ D. $A \cup B = B$

3. 为研究变量 x, y 的相关关系, 收集得到下面五个样本点 (x, y) :

x	5	6.5	7	8	8.5
y	9	8	6	4	3

若由最小二乘法求得 y 关于 x 的回归直线方程为 $\hat{y} = -1.8x + \hat{a}$, 则据此计算残差为 0 的样本点是

- A. (5, 9) B. (6.5, 8) C. (7, 6) D. (8, 4)

4. “ $x > y$ ”的一个充分不必要条件是

- A. $\ln x > \ln y$ B. $x^2 > y^2$ C. $x^3 > y^3$ D. $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$

5. 一个圆锥的侧面展开图是一个半圆, 则该圆锥的内切球的表面积和圆锥的侧面积的比为

- A. 2 : 3 B. 3 : 2 C. 1 : 2 D. 3 : 4

6. 已知 α 为锐角, 且 $(\sqrt{3} - \tan 10^\circ) \cos \alpha = 1$, 则 α 的值为

- A. 40° B. 50° C. 70° D. 80°

7. 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点 F 作圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的切线, 设切点为 A , 直线

FA 交直线 $bx - ay = 0$ 于点 B . 若 $\overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{AF}$, 则双曲线 C 的渐近线方程为

- A. $y = \pm x$ B. $y = \pm\sqrt{2}x$ C. $y = \pm 2x$ D. $y = \pm\sqrt{3}x$

数学试题 第 1 页 (共 4 页)

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0 \\ a \ln x, & x > 0 \end{cases}$, 若函数 $g(x) = f(x) - f(-x)$ 有 5 个零点, 则实数 a 的取值范围是

- A. $(-e, 0)$ B. $(-\frac{1}{e}, 0)$ C. $(-\infty, -e)$ D. $(-\infty, -\frac{1}{e})$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

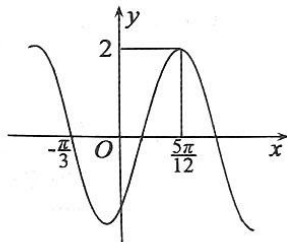
9. 已知一组数据 x_1, x_2, \dots, x_{11} 是公差为 0 的等差数列, 若去掉数据 x_6 , 则

- A. 中位数不变 B. 平均数变小 C. 方差变大 D. 方差变小

10. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 将函数 $f(x)$ 的

图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象, 则下列说法正确的是

- A. $\varphi = -\frac{\pi}{3}$
 B. $f(-x) = f(x - \frac{\pi}{6})$
 C. 函数 $g(x)$ 为偶函数
 D. 函数 $g(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}]$ 上单调递增



11. 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 上、下顶点分别为 A_1, A_2 , 点 P

是 C 上异于 A_1, A_2 的一点, 则下列结论正确的是

- A. 若 C 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 则直线 PA_1 与 PA_2 的斜率之积为 $-\frac{4}{3}$
 B. 若 $PF_1 \perp PF_2$, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 b^2
 C. 若 C 上存在四个点 P 使得 $PF_1 \perp PF_2$, 则 C 的离心率的范围是 $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$
 D. 若 $|PF_1| \leq 2b$ 恒成立, 则 C 的离心率的范围是 $(0, \frac{3}{5}]$

12. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M 是 A_1D_1 的中点, 点 P, Q, R 在底面四边

形 $ABCD$ 内(包括边界), $PB_1 \parallel$ 平面 MC_1D , $|D_1Q| = \frac{\sqrt{5}}{2}$, 点 R 到平面 ABB_1A_1 的距离等于它到点 D 的距离, 则

- A. 点 P 的轨迹的长度为 $\sqrt{2}$ B. 点 Q 的轨迹的长度为 $\frac{\pi}{4}$
 C. PQ 长度的最小值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5} - \frac{1}{2}$ D. PR 长度的最小值为 $\frac{3\sqrt{5}}{20}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 a, b 满足 $a = 1, b = (-1, \sqrt{3}), |2a - b| = 2\sqrt{3}$, 则 a, b 的夹角为 30° .

14. 从甲、乙、丙 3 名同学中选出 2 人担任正、副班长两个职位，共有 n 种方法，则 $(2x + \frac{1}{x})^n$ 的展开式中的常数项为 6 . (用数字作答)

15. 已知直线 $l_1: x + y = 0$ 过定点 A , 直线 $l_2: x - ky + 2\sqrt{2} + 2k = 0$ 过定点 B , l_1 与 l_2 的交点为 C , 则 $AC + BC$ 的最大值为 2 .

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $\forall n \in \mathbb{N}^*, a_n \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $a_1 = \frac{\pi}{4}, f(a_{n+1}) = \sqrt{f(a_n)}$, 其中 $f(x) = \tan x$. 若 $b_n = \frac{1}{\tan a_n + \tan a_{n+1}}$, 则使得 $b_1 + b_2 + \dots + b_m > 10$ 成立的最小正整数 m 为 10 .

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本题满分 10 分)

为研究某种疫苗 A 的效果，现对 100 名志愿者进行了实验，得到如下数据：

	未感染病毒 B	感染病毒 B	合计
接种疫苗 A	40	10	50
未接种疫苗 A	20	30	50
合计	60	40	100

(1) 根据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验，分析疫苗 A 是否有效？

(2) 现从接种疫苗 A 的 50 名志愿者中按分层随机抽样方法 (各层按比例分配) 取出 10 人，再从这 10 人中随机抽取 3 人，求这 3 人中感染病毒 B 的人数 X 的分布列和数学期望。

参考公式: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

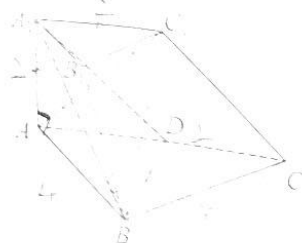
参考数据: $P(\chi^2 \geq 10.828) = 0.001$

18. (本题满分 12 分)

如图，在三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，底面 $\triangle ABC$ 为等边三角形， $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $AC = 2AA_1 = 2A_1C_1 = 2$, 且 D 为 AC 的中点。

(1) 求证: 平面 $ABC_1 \perp$ 平面 A_1BD ;

(2) 求平面 A_1BD 与平面 BB_1C_1C 夹角的余弦值。

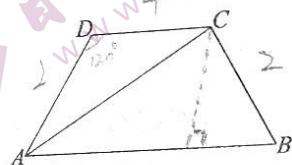


19. (本题满分 12 分)

如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD \cdot \sin D = 2CD \cdot \sin B$.

(1) 求证: $BC = 2CD$;

(2) 若 $AD = BC = 2$, $\angle ADC = 120^\circ$, 求梯形 $ABCD$ 的面积.



20. (本题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2, a_{n+1} = \begin{cases} a_n + (\sqrt{2})^{n+1}, & n \text{ 为奇数,} \\ 2a_n, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$

(1) 设 $b_n = a_{2n}$, 证明: 数列 $\{\frac{b_n}{2^n}\}$ 为等差数列;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 $2n$ 项和.

21. (本题满分 12 分)

已知抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 $M(4, m)$ 在抛物线 E 上, 且 $\triangle OMF$ 的面积为 $\frac{1}{2}p^2$ (O 为坐标原点).

(1) 求抛物线 E 的方程;

(2) 过焦点 F 的直线 l 与抛物线 E 交于 A, B 两点, 过 A, B 分别作垂直于 l 的直线 AC, BD , 分别交抛物线于 C, D 两点, 求 $|AC| + |BD|$ 的最小值.

22. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ax + \cos x$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上有极值, 求 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上所有极值的和;

(2) 若 $f(x) \leq \frac{1}{2}ax^2 + e^x$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 求正实数 a 的取值集合.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线