座位号______ 考场号______ 姓名______ 班级______ 学校______

密 封 线

2023届陕西省第四次模拟考试

理科数学

试卷满分:150分　　考试时间:120分钟

注意事项:

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 全部答案在答题卡上完成，答在本试题上无效。
3. 回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案用0.5mm黑色笔迹签字笔写在答题卡上。
4. 考试结束后，将本试题和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知全集 $U=R$，集合 $A=\{x||x-1|<1\}$，$B=\{x|x^2+x\geq 0\}$，则 $(C_UA)\cup(C_UB)=$ (　　)

A. $[0,2]$　　B. $(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$

C. $(0,2)$　　D. $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$

2.已知复数 z 满足 $z\cdot(3+2i)=-1+3i$，则 z 的虚部为 (　　)

A. $\frac{11}{13}$　　B. $\frac{3}{13}$　　C. $-\frac{3}{13}$　　D. $-\frac{11}{13}$

3. 2021年，我国全年货物进出口总额391009亿元，比上年增长21.4%.其中，出口217348亿元，增长21.2%；进口173661亿元，增长21.5%。货物进出口顺差43687亿元，比上年增加7344亿元.如图是我国2017—2021年货物进出口总额统计图，则下面结论中不正确的是 (　　)

2017-2021年货物进出口总额

A. 2020年的货物进出口总额322215亿元

B. 2020年的货物进出口顺差36343亿元

C. 2017—2021年，货物进口总额逐年上升

D. 2017—2021年，货物出口总额逐年上升

4.丹麦化学家索伦森是首位建立PH值概念的生化学家，他把PH值定义为 $PH=-\lg[H^+]$，式子中的 $[H^+]$ 指的是溶液中的氢离子的浓度，单位为摩尔/升（mol/L），若某种溶液中的氢离子的浓度为 6×10^{-8} mol/L，则该溶液的PH值约为（$\ln 6\approx 0.78$） (　　)

A. 8　　B. 7.78　　C. 7.22　　D. 6

5.已知直线 $l:\sqrt{2}x-y-\sqrt{2}=0$ 与抛物线 $C:y^2=4x$ 交于 A，B 两点，点 A，B 到 x 轴的距离分别为 m，n，则 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=$ (　　)

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

6.已知单位向量 $\vec{e_1}$，$\vec{e_2}$ 的夹角为 θ，且向量 $2\vec{e_1}+\vec{e_2}$ 与 $\vec{e_1}-3\vec{e_2}$ 的夹角为120°，则 $\cos\theta=$ (　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{23}{31}$　　C. $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{23}{31}$　　D. $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{23}{31}$

7. ΔABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，$a=3$，$b=4$，$c=\sqrt{13}$，点 D，E 分别是边 BC，BA 的中点，且 AD，CE 交于点 O，则四边形 $BDOE$ 的面积为 (　　)

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{4\sqrt{3}}{5}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\frac{5\sqrt{3}}{4}$

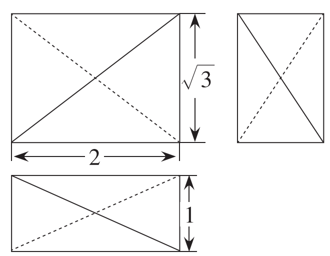
8.右图为某四面体的三视图，则该几何体的体积为 (　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{3}$

D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$



9.已知函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$，$(\omega>0,\ -\pi<\varphi<0)$，$f(0)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，且 $f(x)$ 在 $[-100\pi,100\pi]$ 上恰有100个零点，则 ω 的取值范围是 (　　)

A. $\left[\frac{147}{300},\frac{149}{300}\right)$　　B. $\left(\frac{147}{300},\frac{149}{300}\right]$　　C. $\left[\frac{149}{300},\frac{151}{300}\right)$　　D. $\left(\frac{149}{300},\frac{151}{300}\right]$

10. 盒子中有9个大小质地完全相同的小球，其中3个红球，6个黑球，从中依次随机摸出3个小球，则第三次摸到红球的概率为 (　　)

A. $\frac{19}{84}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{5}{14}$

11. 双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左，右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_2 的直线与 C 交于 A，B 两点，且 $\overrightarrow{AF_2}=2\overrightarrow{F_2B}$，$\angle ABF_1=60°$，点 M 为线段 AF_2 的中点，则 $\frac{|F_1M|}{|F_1F_2|}=$ (　　)

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $\frac{3\sqrt{21}}{8}$

12.设 $a=\log_6 4$，$b=\log_9 5$，$c=\log_{12} 8$，则 (　　)

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$　　C. $b<c<a$　　D. $c<a<b$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13.若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\x+y-1\geqslant 0\\y\geqslant 0\end{cases}$，则$y-2x$的最大值为____________．

14.$(x^3-x+1)^6$展开式中x^6的系数为____________．（答案用数字作答）

15.在四棱锥$S-ABCD$中，底面$ABCD$为矩形，平面$SAC\perp$平面$ABCD$，$\cos\angle SAC=-\frac{1}{3}$，$SC=4$，则四棱锥$S-ABCD$外接球的表面积为__________．

16.关于函数$f(x)=e^{\cos x}-\frac{1}{e^{\cos x}}$有如下四个命题：

①$f(x)$的图象关于y轴对称；

②$f(x)$的图象关于$(\pi,0)$对称；

③$f(x)$的最小值是$\frac{1}{e}-e$；

④$f(x)$在$[0,\pi]$上单调递减．

其中所有真命题的序号是____________．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答，第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共60分．

17.（12分）设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$a_1=-2$，$a_{n+1}=2a_n+3n-3$．

（1）证明：数列$\{a_n+3n\}$为等比数列；

（2）若$T_n=S_n+\frac{3}{2}n^2-\frac{13}{2}n$，求$T_n$的最小值．

18.（12分）某射击队派出甲、乙两人参加某项射击比赛，比赛规则如下：开始时先在距目标50米射击，命中则停止射击；第一次没有命中，可以进行第二次射击，但目标为100米；第二次没有命中，还可以进行第三次射击，此时目标在150米处；若第三次没命中则停止射击，比赛结束．已知甲在50米，100米，150米处击中目标的概率分别为$\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{6}$，乙在50米，100米，150米处击中目标的概率分别为$\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{5}$.

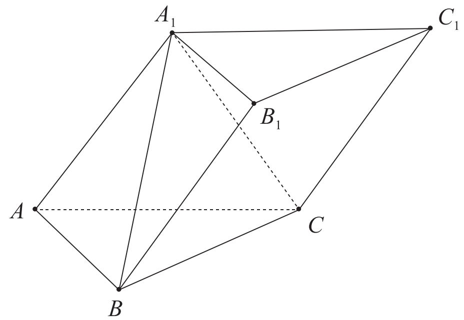
（1）求甲，乙两人中恰有一人命中目标的概率；

（2）若比赛规定，命中目标得2分，没有命中目标得0分，求该射击队得分X（X为甲，乙得分之和）的分布列和数学期望．

19.（12分）如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AA_1=BA_1=CA_1=AC=2$，$\angle ABC=90°$.

（1）求直线A_1B与平面ABC所成的角；

（2）若$AB=1$，求二面角$A-A_1B-C$的正弦值.



20.（12分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上点$P\left(1,\frac{3}{2}\right)$与圆$x^2+\left(y-\frac{a+3}{2}\right)^2=1$上点$M$的距离的最大值为$\sqrt{2}+1$.

（1）求椭圆C的方程；

（2）若点$Q\left(0,\frac{2}{3}\right)$，不过(0，1)的动直线$l$与椭圆$C$交于$A$，$B$两点，且$\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}=-\frac{23}{9}$，证明：动直线$l$过定点，并求出该定点坐标.

21.（12分）已知函数$f(x)=x\ln x-3x+4\ln(x+1)$的最小值为M.

（1）求M的值；

（2）若$g_1(x)=f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)$，$g_{n+1}(x)=g_n(x)+g_n\left(\frac{1}{x}\right)(n\in N^*)$，且函数$g_{2022}(x)$的最小值为$N$，证明：$\log_2\frac{N}{M}=2022$.

（二）选考题：共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

在平面直角坐标系xOy中，$A(-2,0)$，$B(1,0)$，动点$P(x,y)$满足$|PA|=2|PB|$，动点P的轨迹为曲线C.

（1）写出曲线C的一个参数方程；

（2）求$|PA|\cdot|PB|$的取值范围.

23. [选修4-5：不等式选讲]（10分）

已知函数$f(x)=|x^2-3a^2-3|+|x^2-a-1|$，$a\in R$.

（1）当$a=0$时，解不等式$f(x)\leqslant 4$；

（2）若$f(x)\geqslant 2$恒成立，求a的取值范围.

密　封　线