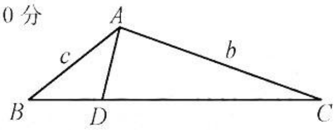
在ΔADC中，$\dfrac{CD}{\sin\angle DAC}=\dfrac{AD}{\sin\angle ACD}$，则$\dfrac{3}{\sin(\dfrac{2\pi}{3}-\theta)}=\dfrac{1}{\sin(\dfrac{\pi}{3}-\theta)}$. ……………………8 分

$\therefore \dfrac{3}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta+\dfrac{1}{2}\sin\theta}=\dfrac{1}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta-\dfrac{1}{2}\sin\theta}$，得$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta$. ……………………9 分

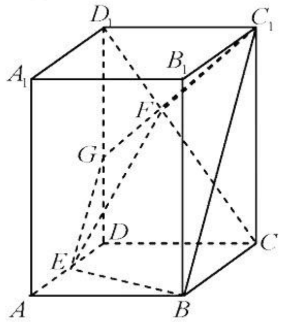
结合$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，可得$\cos\theta=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$，$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$. ……………………10 分



则$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$. ……………………11 分

$\therefore S_{\Delta ADC}=\dfrac{1}{2}AD\cdot CD\cdot\sin\angle ADC=\dfrac{1}{2}\times1\times3\times\dfrac{4\sqrt{3}}{7}=\dfrac{6\sqrt{3}}{7}$. ……………………12 分

19、（本小题满分 12 分）



（1）证明：延长C_1F交DD_1于点G，连结EG. ……………………1 分

$\because CC_1 // DD_1$　　$\therefore \angle C_1CF=\angle GD_1F$

$\because \angle CFC_1=\angle D_1FG$　　$\therefore \Delta CFC_1 \backsim \Delta D_1FG$. ……………………3 分

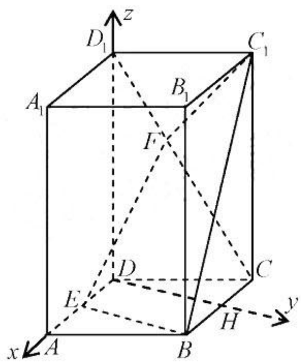
$\therefore \dfrac{D_1G}{CC_1}=\dfrac{D_1F}{CF}=\dfrac{1}{2}$，即点$G$为$DD_1$的中点. ……………………4 分

$\therefore EG // AD_1 // BC_1$. ……………………5 分

故B,E,F,C_1四点共面. ……………………6 分

（2）取BC中点H，连接DH，由已知可得$DH\perp AD$. ……………………7分

以D为坐标原点，DA、DH、DD_1所在直线分别为x,y,z轴，建立如图所示的空间直角坐标系D-xyz，则$D_1(0,0,4)$，$E(1,0,0)$，$B(1,\sqrt{3},0)$，$C(-1,\sqrt{3},0)$，$C_1(-1,\sqrt{3},4)$，从而$\overrightarrow{BE}=(0,-\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{BC_1}=(-2,0,4)$，$\overrightarrow{D_1C}=(-1,\sqrt{3},-4)$. ……………………8分



设$\vec{m}=(x,y,z)$为平面$BEFC_1$的法向量，则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{BE}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{BC_1}=0\end{cases}$，

所以$\begin{cases}\sqrt{3}y=0\\ x-2z=0\end{cases}$，可取$\vec{m}=(2,0,1)$. ……………………10分

设D_1C与平面$BEFC_1$所成角为θ，则 $\sin\theta=|\dfrac{\vec{m}\cdot\overrightarrow{D_1C}}{|\vec{m}||\overrightarrow{D_1C}|}|=\dfrac{6}{\sqrt{5}\times2\sqrt{5}}=\dfrac{3}{5}$.

所以D_1C与平面$BEFC_1$所成角的正弦值为$\dfrac{3}{5}$. ……………………12分

20、（本小题满分 12 分）

解 （1）因为$\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{4}=1$的渐近线方程为$y=\pm\dfrac{2}{\sqrt{3}}x$. ……………………1 分

又点P的横坐标为3，所以$P(3,2\sqrt{3})$. ……………………2 分

代入$y^2=2px$，得$p=2$，所以抛物线E的方程为$y^2=4x$. ……………………3 分

（2）法一：设$l_{AB}:x=my+n$，点$A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，

联立方程组$\begin{cases} y^2=4x \\ x=my+n \end{cases}$，得$y^2-4my-4n=0$，

$\therefore \Delta=16m^2+16n>0$ ，$y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-4n$. ……………………5 分

$\because A$，B在第一象限 $\therefore y_1+y_2=4m>0$，$y_1y_2=-4n>0$，得到$\underline{m^2+n>0, m>0, n<0}$. ……………6 分

则A，B中点$M(\frac{x_1+x_2}{2}$，$\frac{y_1+y_2}{2})$，即$M(2m^2+n, 2m)$. ……………………7 分

$\because \Delta ABC$是等边三角形，

$\therefore CM\perp AB$，$\therefore \frac{2m-0}{2m^2+n-t}\cdot\frac{1}{m}=-1$， $\therefore t=2m^2+n+2$. ……………………8 分

$\because |CM|=\frac{\sqrt{3}}{2}|AB|$，$\therefore \frac{|t-0-n|}{\sqrt{1+m^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1+m^2}\cdot|y_1-y_2|=2\sqrt{3}\cdot\sqrt{1+m^2}\cdot\sqrt{m^2+n}$，

即$m^2+n=\frac{1}{3}$. ……………………10 分

$\therefore n=-m^2+\frac{1}{3}<0\Rightarrow m^2>\frac{1}{3}$. ……………………11 分

$\therefore t=2m^2+n+2=2m^2-m^2+\frac{1}{3}+2=m^2+\frac{7}{3}>\frac{8}{3}$.

$\therefore t$的取值范围是$(\frac{8}{3},+\infty)$. ……………………12 分

法二：设$l_{AB}: y=kx+b$，点$A(x_1$，$y_1)$，$B(x_2$，$y_2)$，

联立方程组$\begin{cases} y^2=4x \\ y=kx+b \end{cases}$，得$k^2x^2+(2kb-4)x+b^2=0$，

$\therefore \Delta=16(1-kb)>0$ ，$x_1+x_2=\frac{4-2kb}{k^2}$，$x_1x_2=\frac{b^2}{k^2}$. ……………………5 分

$\because A$，B在第一象限 $\therefore x_1+x_2>0$，$\underline{k>0, b>0}$，得到$\underline{0<kb<1}$. ……………6 分

则A，B中点$M(\frac{x_1+x_2}{2}$，$\frac{y_1+y_2}{2})$，即$M(\frac{2-kb}{k^2},\frac{2}{k})$. ……………………7 分

$\because \Delta ABC$是等边三角形，

$\therefore CM\perp AB$，$\therefore \frac{\frac{2}{k}}{\frac{2-kb}{k^2}-t}\cdot k=-1$， $\therefore t=\frac{2-kb}{k^2}+2$. ……………………8 分

$\because |CM|=\frac{\sqrt{3}}{2}|AB|$，$\therefore \sqrt{(\frac{2-kb}{k^2}-t)^2+(\frac{2}{k})^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1+k^2}\cdot|x_1-x_2|=2\sqrt{3}\cdot\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{\sqrt{1-kb}}{k^2}$，

即$k^2=3(1-kb)$. ……………………10 分

$\therefore t=\frac{2-kb}{k^2}+2=\frac{2-kb}{3(1-kb)}+2=\frac{1}{3(1-kb)}+\frac{1}{3}+2=\frac{1}{3(1-kb)}+\frac{7}{3}>\frac{8}{3}$.

$\therefore t$的取值范围是$(\frac{8}{3},+\infty)$. ……………………12 分

21、（本小题满分 12 分）

解 （1）当$a=3$时，$f(x)=x^2-3\ln x+x$定义域为$(0,+\infty)$.

则 $f'(x)=2x-\dfrac{3}{x}+1=\dfrac{2x^2+x-3}{x}=\dfrac{(x-1)(2x+3)}{x}(x>0)$. ……………………1 分

令 $f'(x)=0$，解得：$x_1=-\dfrac{3}{2}$（舍去），$x_2=1$. ……………………2 分

当 $x\in(0,1)$ 时，$f'(x)<0$ $\quad\therefore f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减；

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$ $\quad\therefore f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $f(x)$ 的极小值为 $f(1)=2$，无极大值. ……………………3 分

（2）函数 $g(x)=x^2-a\ln x(x>0)$，则 $g'(x)=2x-\dfrac{a}{x}$

当 $a\le 0$ 时，$g'(x)>0$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立，则 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，不符合题意. ……………………4 分

所以 $a>0$，此时 $g'(x)=2x-\dfrac{a}{x}=\dfrac{(\sqrt{2}x+\sqrt{a})\cdot(\sqrt{2}x-\sqrt{a})}{x}=0$，解得 $x_0=\sqrt{\dfrac{a}{2}}$. ……………………5 分

当 $x\in(0,\sqrt{\dfrac{a}{2}}),g'(x)<0$ $\quad\therefore g(x)$ 在 $(0,\sqrt{\dfrac{a}{2}})$ 单调递减；

当 $x\in(\sqrt{\dfrac{a}{2}},+\infty),g'(x)>0$ $\quad\therefore g(x)$ 在 $(\sqrt{\dfrac{a}{2}},+\infty)$ 单调递增.

要使 $g(x)$ 有两个零点，则 $g(x_0)=g(\sqrt{\dfrac{a}{2}})=(\sqrt{\dfrac{a}{2}})^2-a\ln\sqrt{\dfrac{a}{2}}<0\Rightarrow a>2$. ……………………6 分

由 $g(x_1)=g(x_2)=0$ $\quad\therefore x_1{}^2-a\ln x_1=x_2{}^2-a\ln x_2$. ……………………7 分

法一：$\because 0<x_1<\sqrt{\dfrac{a}{2}},x_2>\sqrt{\dfrac{a}{2}}$ $\qquad\therefore$ 令 $\dfrac{x_2}{x_1}=t\ (t>1)$

即 $x_1{}^2-a\ln x_1=t^2x_1{}^2-a\ln(tx_1)\Rightarrow x_1{}^2=\dfrac{a\ln t}{t^2-1}$. ……………………8 分

要证 $x_1+x_2>2x_0$，即是证 $(t+1)x_1>\sqrt{2a}$

即证 $(t+1)^2x_1{}^2>2a$，即是证 $(t+1)^2\dfrac{a\ln t}{t^2-1}>2a(a>0,t>1)$. ……………………9 分

$\therefore$ 只需证 $(t+1)\ln t>2(t-1)$，即是证 $\ln t>\dfrac{2(t-1)}{t+1}$. ……………………10 分

设函数 $h(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}(t>1)$，则 $h'(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{2(t+1)-2(t-1)}{(t+1)^2}=\dfrac{(t+1)^2-4t}{t(t+1)^2}=\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$

$\therefore$ 函数 $h(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，故 $h(t)>h(1)=0$

$\therefore x_1+x_2>2x_0$. ……………………12 分

法二：即是 $(x_2+x_1)(x_2-x_1)=a(\ln x_2-\ln x_1)\Rightarrow\dfrac{a}{x_2+x_1}=\dfrac{x_2-x_1}{\ln x_2-\ln x_1}$. ……………………8 分

现证明 $\dfrac{x_2-x_1}{\ln x_2-\ln x_1}<\dfrac{x_2+x_1}{2}$，即证 $\ln\dfrac{x_2}{x_1}>\dfrac{2(\frac{x_2}{x_1}-1)}{\frac{x_2}{x_1}+1}$. ……………………9 分

令 $\dfrac{x_2}{x_1}=t(t>1)$，$g(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}(t>1)$

则 $g'(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{4}{(t+1)^2}=\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$，所以 $g(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增. ……………………10 分

又 $g(1)=0$，故当 $t>1$ 时，$g(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}>0$ 恒成立，即 $\dfrac{x_2-x_1}{\ln x_2-\ln x_1}<\dfrac{x_2+x_1}{2}$ 成立．………………11 分

从而有 $\dfrac{a}{x_2+x_1}=\dfrac{x_2-x_1}{\ln x_2-\ln x_1}<\dfrac{x_2+x_1}{2}$

$\Rightarrow x_2+x_1>\sqrt{2a}=2\times\sqrt{\dfrac{a}{2}}=2x_0$．……………………12 分

请考生在 22~23 两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号右侧的方框涂黑．

22．（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

解：（1）由 $\begin{cases}x=1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ 消去参数 t，得 $x+y-1=0$．……………………1 分

由 $x=\rho\cdot\cos\theta$、$y=\rho\cdot\sin\theta$ 可得曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho(\cos\theta+\sin\theta)=1$．……………………2 分

由 $\rho=2(\cos\theta-\sin\theta)$ 可得曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x^2+y^2=2x-2y$．……………………3 分

即 $(x-1)^2+(y+1)^2=2$．……………………4 分

（2）法一：由 $\rho(\cos\theta+\sin\theta)=1$ 得 $\cos\theta+\sin\theta=\dfrac{1}{\rho}$ ①．……………………5 分

由 $\rho=2(\cos\theta-\sin\theta)$ 得 $\cos\theta-\sin\theta=\dfrac{\rho}{2}$ ②．……………………6 分

则①^2＋②^2 可得 $\dfrac{1}{\rho^2}+\dfrac{\rho^2}{4}=2$，即 $\rho^4-8\rho^2+4=0$．……………………8 分

设 P、Q 两点对应极径分别为 ρ_1、ρ_2，则 $\rho_1^2+\rho_2^2=8$，$(\rho_1\cdot\rho_2)^2=4$，

$\therefore |OP|\cdot|OQ|=\rho_1\cdot\rho_2=2$．……………………10 分

法二：$\begin{cases}x+y-1=0\\(x-1)^2+(y+1)^2=2\end{cases}$，化简得 $2x^2-6x+3=0$．……………………6 分

设 $P(x_1,y_1)$、$Q(x_2,y_2)$，则有 $x_1+x_2=3$，$x_1x_2=\dfrac{3}{2}$

$\therefore |OP|\cdot|OQ|=\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}=\sqrt{2x_1^2-2x_1+1}\cdot\sqrt{2x_2^2-2x_2+1}$．……………………8 分

$=\sqrt{4(x_1x_2)^2-4x_1x_2(x_1+x_2)+2(x_1^2+x_2^2)-2(x_1+x_2)+4x_1x_2+1}$

$=\sqrt{9-18+12-6+6+1}=2$．……………………10 分

23．（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

解：（1）当 $a=2$ 时，$f(x)=|x+2|+|2x-2|=|x+2|+2|x-1|$．……………………1 分

①当 $x\le -2$ 时，不等式可化为 $-(x+2)-2(x-1)<12$，解得 $x>-4$，$\therefore -4<x\le -2$．………………2 分

②当 $-2<x<1$ 时，不等式可化为 $(x+2)-2(x-1)<12$，解得 $x>-8$，$\therefore -2<x<1$．………………3 分

③当 $x\ge 1$ 时，不等式可化为 $(x+2)+2(x-1)<12$，解得 $x<4$，$\therefore 1\le x<4$．………………4 分

综上可知，原不等式的解集为 $\{x\,|-4<x<4\}$．……………………5 分

（2）当 $x\ge 1$ 时，不等式 $f(x)\le x^2+x+3$，即 $x+2+|ax-2|\le x^2+x+3$，整理得 $|ax-2|\le x^2+1$，

则 $-x^2-1\le ax-2\le x^2+1$，即 $-x^2+1\le ax\le x^2+3$．……………………6 分

又 $x\ge1$，故分离参数可得 $\begin{cases} a\ge -x+\dfrac{1}{x} \\ a\le x+\dfrac{3}{x} \end{cases}$．……………………7 分

令函数 $g(x)=-x+\dfrac{1}{x}\ (x\ge1)$，显然 $g(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递减， $\therefore g(x)\le g(1)=0$．………………8 分

当 $x\ge1$ 时， $x+\dfrac{3}{x}\ge2\sqrt{x\cdot\dfrac{3}{x}}=2\sqrt{3}$ (当且仅当 $x=\sqrt{3}$ 时等号成立)．……………………9 分

$\therefore$ 实数 a 的取值范围为 $[0,2\sqrt{3}]$．……………………10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。