

蒙城一中 涡阳一中 淮南一中 怀远一中 颍上一中

2023 届高三第一次五校联考

数学试题

命题学校: 颍上一中 考试时间: 2022 年 12 月 16 日

考生注意:

1. 本试卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟。
2. 答题前, 考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时, 请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效, 在试题卷、草稿纸上作答无效。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-5, -2, 0, 1, 3, 4\}$, $B = \{x | x^2 \geq 4\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{3, 4\}$ B. $\{-5, -2, 0, 1\}$
C. $\{-5, -2, 3, 4\}$ D. $\{-2, 0, 1, 3, 4\}$

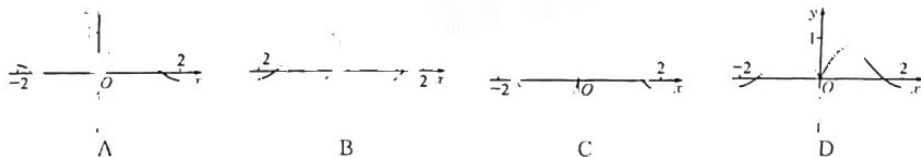
2. 已知复数 z 满足 $z(2+i) = 2-i$, 则复数 z 的虚部为

- A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

3. 设命题 $p: \exists x_0 \in \mathbb{R}, f(x_0) < m$, 则 $\neg p$ 为

- A. $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \geq m$ B. $\exists x_0 \notin \mathbb{R}, f(x_0) \geq m$
C. $\forall x \notin \mathbb{R}, f(x) \geq m$ D. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, f(x_0) \geq m$

4. 函数 $f(x) = \frac{2\sin 2x}{e^x + e^{-x}}$ 的部分图像大致为



5. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_2 = \frac{1}{3}$, $S_4 = 1$, 则 $a_3 =$

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{6}$ D. 0

6. 设 $a = e^{\frac{1}{e}}$, $b = \frac{1}{e}$, $c = \ln 15 - \ln 7$, 则

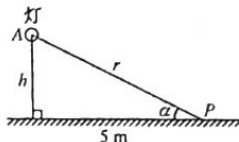
- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

【高三数学试题 第 1 页(共 4 页)】

7. 已知 A, B, C 是球 O 的球面上的三个点, $\angle ABC = \angle AOC = 90^\circ$, 则直线 OB 与平面 ABC 所成的角等于
A. 30° B. 45° C. 60° D. 无法确定

8. 如图所示, 在水平的地面上方挂有一盏灯(看成质点 A), 地面上点 P 处的亮度 $I = k \frac{\sin \alpha}{r^2}$, 其中 k 为大于 0 的常数, α 为在点 P 处测得点 A 的仰角, r 为点 A 与点 P 的距离. 已知点 P 与点 A 的水平距离为 5 m. 若使点 P 处的亮度最大, 则点 A 与地面的距离 h 近似为

- A. 2.3 m
B. 3.5 m
C. 4.3 m
D. 5.5 m



- 二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 则

- A. $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增
B. $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称
C. $y = f(x)$ 的图像关于点 $\left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称
D. $y = f(x)$ 的图像可由 $y = \sin 2x$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到

10. 某高新企业从今年 1 月份开始生产一种新产品, 开始月产量为 N 个, 产品合格率为 90%, 随着生产工艺的改进, 在接下来的一年内, 每月的产量都在前一个月的基础上提高 10%, 产品合格率比前一个月增加 0.5%. 记 n 月份的月产量为 a_n , 产品合格率为 b_n , 次品数为 c_n , 则

- A. 数列 $\{a_n\}$ 是公比为 1.1 的等比数列 B. 数列 $\{b_n\}$ 是公差为 0.5% 的等差数列
C. $c_n = 0.005(21 - n)1.1^{n-1}N$ ($n = 1, 2, \dots, 12$) D. 2 月份的次品数大于 3 月份的次品数

11. 已知 F_1, F_2 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点, 过 F_2 作 C 的一条渐近线的垂线, 垂足为 P , 线段 PF_2 交 C 于点 M , 则

- A. $\tan \angle PF_2F_1 = \frac{a}{b}$ B. $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = -b^2$
C. $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 $2ab$ D. 若 M 为线段 PF_2 的中点, 则 C 的离心率为 $\sqrt{2}$

12. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2, E 为 AB 的中点, 将 $\triangle AED$ 沿 DE 折起, 连接 AB, AC , 得到四棱锥 $A-BCDE$, 则

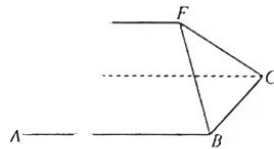
- A. 存在使 $AB \perp AD$ 的四棱锥
B. 四棱锥体积的最大值是 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
C. 平面 ABE 与平面 ACD 的交线平行于底面
D. 在平面 ABC 与平面 ADE 的交线上存在点 F , 使得 $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$

【高三数学试题 第 2 页(共 4 页)】

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知向量 $a=(1,-2)$, $b=(m,m+3)$. 若 $a \perp b$, 则 $|a+b| =$ _____.

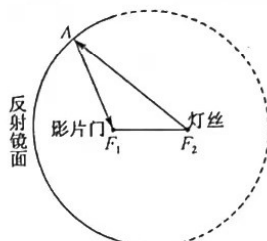
14. 我国古代数学名著《九章算术》中记载的“刍甍(chú méng)”是指底面为矩形,顶部只有一条棱的五面体. 如图,五面体 $ABCDEF$ 是一个“刍甍”, $EF \parallel AB$, $AB=2EF=2$, M 是 DE 的中点, N 是 AB 上的点. 若 $MN \parallel$ 平面 BCF , 则 $AN =$ _____.



15. 图(1)是传统的胶片电影放映机,放映影片用的光学机械是由灯箱、光学系统、传动输片装置和供片盒等构成,其中灯箱中的反射镜面是旋转椭圆面(椭圆绕其对称轴旋转一周形成的曲面)的一部分,为了使影片门(电影胶片通过的地方)处获得最强的光线,影片门和灯丝分别位于椭圆的两个焦点 F_1, F_2 处. 由椭圆的光学性质可知:从点 F_2 发出的光线 F_2A , 经反射镜面反射后过点 F_1 , 如图(2)所示.



图(1)



图(2)

已知 $\sin \angle AF_2F_1 = \frac{3}{5}$, $\cos \angle AF_1F_2 = -\frac{5}{13}$, 则椭圆的离心率为 _____.

16. 已知函数 $f(x) = x \cos x - a \sin x$ 在 $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ 上有一个极大值点和一个极小值点, 则实数 a 的取值范围为 _____.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

设函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x + 2 \cos^2 x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上的值域.

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $S_n + a_n = 1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: 不存在正整数 n, k , 使得 S_n, S_{n+k}, S_{n+2k} 成等差数列.

19. (12 分)

如图,在 $\triangle ABC$ 中, $BC=2AC$, D 是 BC 的中点,以 CD 为直径的半圆(O 为圆心)与 AB 相切于点 E .

(1)求 $\sin A$;

(2)若 $CE=2\sqrt{6}$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

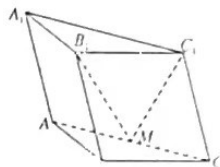


20. (12 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧面 ABB_1A_1 为菱形,侧面 BCC_1B_1 为正方形, $\angle ABB_1=60^\circ$, $\angle ABC=90^\circ$, M 是 AC 的中点.

(1)求证: $AB \perp$ 平面 MB_1C_1 ;

(2)求平面 MB_1C_1 与平面 ACC_1A_1 所成角的正弦值.



21. (12 分)

设抛物线 $C: x^2=2py (p>0)$ 的焦点为 F ,点 M 在直线 $l: y=m (m<0)$ 上,过点 M 作抛物线 C 的两条切线 MA, MB ,其中 A, B 为切点.当 $m=-1$ 时, $|MF|$ 的最小值为2.

(1)求抛物线 C 的方程;

(2)过点 A, B 分别作直线 MA, MB 的垂线,两垂线交于点 N, O 为坐标原点.问:是否存在常数 m ,对直线 l 上任意一点 M ,都有四边形 $OANB$ 是平行四边形?若存在,求出 m 的值;若不存在,请说明理由.

22. (12 分)

已知函数 $f(x)=(1+x)e^{ax}$.

(1)当 $a=1$ 时,求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2)若函数 $g(x)=f(x)+x-1$ 在 $(-1, 1)$ 上有3个零点,求 a 的取值范围.

【高三数学试题 第4页(共4页)】

题 答 卷 不 要 封 密

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线