1.C　由已知得 $A=\left\{x \middle| \frac{1}{4}<x<4\right\}$，故 $A\cap B=\{1,2,3\}$.

2.A　令 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R}$，且 $a\neq 0)$，$z(1+\mathrm{i})=(a-b)+(a+b)\mathrm{i}$，$|z|^2=a^2+b^2$，则 $a+b=0$，所以 $2a=2a^2$，解得 $a=1$，则 $z=1-\mathrm{i}$，$\bar{z}=1+\mathrm{i}$，所以 $\bar{z}$ 的虚部为 1.

【易错提醒】复数的虚部不含虚数单位.

3.**【解题提示】**在处理比较大小问题时，可结合常见的比较大小的方法：单调性、图象法、中间值等.

D　$e^{0.2}>1$，$0<0.2^e<0.2^2=0.04$，$1>\ln 2>\ln\sqrt{e}=\frac{1}{2}$，故 $b<c<a$.

4.**【解题提示】**在看图选式或看式选图的题目中，会综合考查函数的性质，考生可根据定义域、奇偶性、对称性、特殊值、值域、单调性、周期性等作出判断.

B　当 $x=0$ 时，$f(x)=0$，排除 A 选项；因为 $f(-x)=f(x)$，$x\in\mathbf{R}$，所以 $f(x)$ 为偶函数，排除 C；当 $x>0$ 时，$f'(x)=2x\sin x+(x^2+1)\cos x$，

$0<x\leqslant\frac{\pi}{2}$ 时，$f'(x)=2x\sin x+(x^2+1)\cos x>0$ 恒成立，$f(x)$ 单调递增；因为 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)>0$，$f'(\pi)<0$，所以存在 $m\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，使得 $f'(m)=0$，故 $f(x)$ 在 $(0,m)$ 上单调递增，在 (m,π) 上单调递减，排除 D.

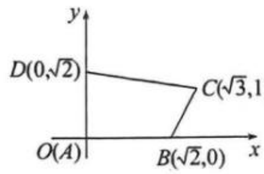
5.D　$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=-1$，$a_4=-2$，$a_5=1$，$a_6=2$，…，所以数列 $\{a_n\}$ 是周期为 4 的摆动数列，$2\,022=505\times 4+2$，故 $S_{2\,022}=505\times 0+1+2=3$.

6.B　由题图可知，该几何体分上、下两部分，上面是棱长为 1 的正方体，下面为长、宽、高分别为 2，2，1 的长方体，表面积 $S=2\times(2\times 2+1\times 2+1\times 2)+1\times 6-1\times 2=20$.

7.**【解题提示】**考生在解答时需明确二项式展开的实质——乘法分配律，掌握常见的解题方法，如赋值法.

D　令 $x=1$，则 $(1+1+a)^5=-1$，得 $a=-3$. 所以 $\left(x+\frac{1}{x}-3\right)^5=C_5^0\left(x+\frac{1}{x}\right)^5+C_5^1\left(x+\frac{1}{x}\right)^4\cdot(-3)+C_5^2\left(x+\frac{1}{x}\right)^3\cdot(-3)^2+C_5^3\left(x+\frac{1}{x}\right)^2\cdot(-3)^3+C_5^4\left(x+\frac{1}{x}\right)\cdot(-3)^4+C_5^5\cdot(-3)^5$，$x^2$ 的系数为 $C_5^1C_4^1(-3)+C_5^3(-3)^3=-330$.

8.A　由向量的意义可知 A 正确.



B 选项，如图可知 B 错误.

C 选项，可以是等腰梯形，故错误.

D 选项，可以是平行四边形，故错误.

9.D　由题意可知，$F_2(\sqrt{2}a,0)$，且 $c=\sqrt{2}a$，其中一条渐近线的方程为 $x-y=0$①，所以 $\frac{|\sqrt{2}a-0|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=1$，所以 $a=1$，$c=\sqrt{2}$，将 $c=\sqrt{2}$ 代入圆 F_2 的方程得 $(x-\sqrt{2})^2+y^2=1$②，联立①②可得 M 点的坐标为 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，所以 $S_{\triangle F_1MF_2}=\frac{1}{2}\times 2c\times\frac{\sqrt{2}}{2}=1$.

10.**【解题提示】**注意不等式运用的三个条件"一正、二定、三相等"，考查了不等式的变形运用，考查较为综合.

B　A 选项，$ab=2a+b\geqslant 2\sqrt{2ab}$，故 $ab\geqslant 8$，当且仅当 $a=2$，$b=4$ 时等号成立，故 ab 的最小值为 8，A 错误；

B 选项，原式化为 $(a-1)(b-2)=2$，$b=\frac{2a}{a-1}>0$，故 $a-1>0$；$a=\frac{b}{b-2}>0$，故 $b-2>0$，所以 $\frac{1}{a-1}+\frac{2}{b-2}=\frac{1}{a-1}+(a-1)\geqslant 2$，当且仅当 $a=2$，$b=4$ 时等号成立，B 正确；

C 选项，原式化为 $\frac{2}{b}+\frac{1}{a}=1$，故 $a+b=(a+b)\left(\frac{2}{b}+\frac{1}{a}\right)=3+\frac{2a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 3+2\sqrt{2}$，当且仅当 $a=\sqrt{2}+1$，$b=2+\sqrt{2}$ 时等号成立，C 错误；

D 选项，$a^2-2a+b^2-4b=(a-1)^2+(b-2)^2-5\geqslant 2(a-1)(b-2)-5=-1$，当且仅当 $a=1+\sqrt{2}$，$b=2+\sqrt{2}$ 时等号成立，故有最小值 -1，D 错误.

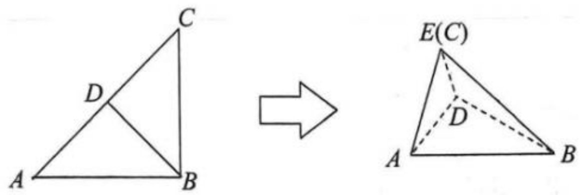
11.C　由题图得 $T=4\left(\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{6}\right)=\pi$，所以 $\omega=2$，

因为 $f\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\sin\left(\frac{5\pi}{6}+\varphi\right)=1$，所以 $\frac{5\pi}{6}+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，$\varphi=2k\pi-\frac{\pi}{3}$，$k\in\mathbf{Z}$，

因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$，所以 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，

$x\in\left[0,\frac{10\pi}{3}\right]$，$2x-\frac{\pi}{3}\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{19\pi}{3}\right]$，令 $\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，解得 x 有 7 个值，故 $f(x)$ 的图象与直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 在此区间上有 7 个交点.

12. B 如图：



A 选项，$BD\perp DE$，$BD\perp AD$，$DE\cap AD=D$，所以 $BD\perp$ 平面 ADE，因为 $BD\subset$ 平面 BED，故平面 $BED\perp$ 平面 ADE，A 正确，不符合题意.

B 选项，由 A 知 $BD\perp$ 平面 ADE，但 $\triangle ADE$ 的面积不是定值，故三棱锥的体积不是定值，B 错误，符合题意.

C 选项，二面角 $A\text{-}BD\text{-}E$ 的平面角为 $\angle ADE$，当 $\angle ADE=\frac{\pi}{4}$ 时，$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$，

三棱锥 $E\text{-}ABD$ 的体积为 $\frac{1}{3}\times\sin\angle ADE\cdot1\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{12}$，C 正确，不符合题意.

D 选项，当二面角 $A\text{-}BD\text{-}E$ 为直二面角时，$\angle ADE=\frac{\pi}{2}$，三棱锥 $E\text{-}ABD$ 的表面积为 $S_1=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$，

设内切球半径为 r，则由等体积法知 $V_{E\text{-}ABD}=\frac{1}{6}=\frac{1}{3}\times S_1\times r$，解得 $r=\frac{3-\sqrt{3}}{6}$，所以内切球表面积 $S_2=4\pi r^2=\frac{4-2\sqrt{3}}{3}\pi$，D 正确.

13.【解析】第一步：$b=1$，$a=2$，$n=2$，$|a^2-b^2|=3<10$，执行否；第二步：$b=4$，$a=5$，$n=3$，$|a^2-b^2|=9<10$，执行否；第三步：$b=10$，$a=11$，$n=4$，$|a^2-b^2|=21>10$，执行是，输出 4.

答案：4

14.【解析】$(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=1-\sin2\alpha=\frac{1}{2}$，因为 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $2\alpha\in(0,\pi)$，

又因为 $\sin2\alpha=\frac{1}{2}$，故 $2\alpha=\frac{\pi}{6}$ 或 $2\alpha=\frac{5\pi}{6}$，

当 $2\alpha=\frac{\pi}{6}$ 时，解得 $\sin\alpha-\cos\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

当 $2\alpha=\frac{5\pi}{6}$ 时，解得 $\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以 $\sin\alpha-\cos\alpha=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

答案：$\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

【易错提醒】求解三角函数相关问题时需注意角的范围对结果的影响.

15.【解析】$P=\frac{C_{12}^3}{C_{12}^3C_{12}^3}=\frac{1}{220}$.

答案：$\frac{1}{220}$

16.【解题提示】学会将方程有解问题转化为函数的交点问题.

【解析】$f'(x)=\ln x+1+2ax$，由已知得 $f'(x)=3$ 有解，即 $\ln x+1+2ax=3$ 有解，则 $2a=\frac{2-\ln x}{x}$，令 $y=\frac{2-\ln x}{x}$，$y'=\frac{\ln x-3}{x^2}$. 令 $y'=0$ 得 $x=e^3$，y 有最小值 $-\frac{1}{e^3}$，故 $2a\geqslant-\frac{1}{e^3}$，$a\geqslant-\frac{1}{2e^3}$.

答案：$\left[-\frac{1}{2e^3},+\infty\right)$

17.【解析】(1)因为 $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$，则 $na_{n+1}+S_{n+1}=0$ 化为 $n(S_{n+1}-S_n)+S_{n+1}=0$，

即 $(n+1)S_{n+1}=nS_n$，所以 $\frac{S_{n+1}}{S_n}=\frac{n}{n+1}$，

解得 $S_n=\frac{1}{n}$，…………………………………… 2 分

当 $n\geqslant2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n-1}=-\frac{1}{n(n-1)}$，

………………………………………………… 4 分

$n=1$ 不满足上式，

所以 $a_n=\begin{cases}-\frac{1}{n(n-1)},n\geqslant2\\1,n=1\end{cases}$. …………………… 6 分

(2)$b_n=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，…………………… 8 分

$T_n=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=1-\frac{1}{n+1}<1$. …………………………………… 12 分

【易错提醒】在运用 $a_n=S_n-S_{n-1}$ 时需注意 $n\geqslant2$，$n=1$ 要单独验证.

18.【解析】(1)因为 $BC\parallel AD$，$BC\not\subset$ 平面 PAD，$AD\subset$ 平面

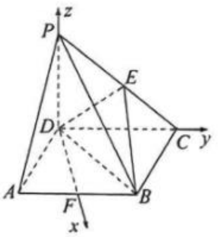
PAD，所以 $BC // $ 平面 PAD， …………………… 2 分

又因为平面 $PAD \cap$ 平面 $PBC=l$，所以 $BC // l$.

…………………………………………………… 4 分

(2)取 AB 中点 F，则 $DF \perp DC$，

以 D 为坐标原点，DF，DC，DP 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴建立如图所示空间直角坐标系.



…………………………………………………… 6 分

所以 $D(0,0,0)$，$P(0,0,2)$，$C(0,2,0)$，$B(\sqrt{3},1,0)$，设 $E(0,y,2-y)(0 \leqslant y \leqslant 2)$，

所以 $\overrightarrow{DE}=(0,y,2-y)$，$\overrightarrow{DB}=(\sqrt{3},1,0)$， ……… 8 分

设平面 BDE 的法向量 $\boldsymbol{n}_1=(a,b,c)$，则有

$$\begin{cases}\overrightarrow{DE} \cdot \boldsymbol{n}_1=0 \\ \overrightarrow{DB} \cdot \boldsymbol{n}_1=0\end{cases}，即 \begin{cases}by+c(2-y)=0, \\ \sqrt{3}a+b=0,\end{cases}$$

令 $a=1$，则 $\boldsymbol{n}_1=\left(1,-\sqrt{3},\frac{\sqrt{3}y}{2-y}\right)$.

平面 BCD 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}_2=(0,0,1)$， …… 10 分

所以 $|\cos\langle \boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2\rangle|=\frac{|\boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}=\frac{\frac{\sqrt{3}y}{2-y}}{\sqrt{4+\left(\frac{\sqrt{3}y}{2-y}\right)^2}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

解得 $y=1$，

即当点 E 为棱 PC 中点时满足条件. ………… 12 分

19.【解析】(1)由题图可知，x 与 y 满足线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，得表：

第 x 年	1	2	3	4	5
比重 $y(\%)$	20.5	22.1	23.3	24.3	25.5

$\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i=359.3$，$\bar{x}=\frac{1+2+3+4+5}{5}=3$，

$\bar{y}=\frac{20.5+22.1+23.3+24.3+25.5}{5}=23.14$，

$\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2=1^2+2^2+3^2+4^2+5^2=55$，

所以 $\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i-5\bar{x}\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2-5\bar{x}^2}=\frac{359.3-5\times3\times23.14}{55-5\times3^2}$

$=1.22$， …………………………………………………… 2 分

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=23.14-1.22\times3=19.48$，

故回归直线方程为 $\hat{y}=1.22x+19.48$. ………… 4 分

2030 年是第 14 年，此时 $\hat{y}=36.56$，

即 2030 年我国清洁能源消费量占能源消费总量的比重约为 36.56%，故可判断有可能超过 30%. … 6 分

(2)由题意可知，$\xi \sim B\left(3,\frac{2}{5}\right)$ …………………… 8 分

$P(\xi=0)=\left(1-\frac{2}{5}\right)^3=\frac{27}{125}$，

$P(\xi=1)=C_3^1 \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(1-\frac{2}{5}\right)^2=\frac{54}{125}$，

$P(\xi=2)=C_3^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{36}{125}$，

$P(\xi=3)=\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{8}{125}$，

所以 ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{27}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{8}{125}$

…………………………………………………… 10 分

数学期望 $E(\xi)=3\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$. …………………… 12 分

20.【解题提示】(1)点差法的应用；

(2)直线与圆锥曲线相交所构成三角形的面积，可采用面积分割法或者运用弦长与点到直线的距离求解.

【解析】(1)设交点坐标 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$x_1+x_2=2\sqrt{3}$，$y_1+y_2=\sqrt{3}$， ………………………………… 2 分

则 $\begin{cases}\frac{x_1^2}{16}+\frac{y_1^2}{4}=1, \\ \frac{x_2^2}{16}+\frac{y_2^2}{4}=1,\end{cases}$ 两式相减得：$(x_1+x_2)(x_1-x_2)$

$=-4(y_1+y_2)(y_1-y_2)$，

所以直线 l 的斜率 $k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{1}{4} \cdot \frac{x_1+x_2}{y_1+y_2}$

$=-\frac{1}{2}$， ………………………………………… 4 分

故直线 l 的方程为 $x+2y-2\sqrt{3}=0$. …………… 6 分

(2)$F_1(-2\sqrt{3},0)$，

联立椭圆与直线方程 $\begin{cases}\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1, \\ x+2y-2\sqrt{3}=0,\end{cases}$ 得 $2y^2-2\sqrt{3}y-1=0$， ………………………………… 8 分

所以 $y_1+y_2=\sqrt{3}$，$y_1y_2=-\frac{1}{2}$，

所以 $|y_1-y_2|=\sqrt{5}$， ………………………… 10 分

又因为直线过点 $F_2(2\sqrt{3},0)$，

所以 $S_{\triangle F_1AB}=\frac{1}{2}|F_1F_2||y_1-y_2|=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times\sqrt{5}$

$=2\sqrt{15}$. ………………………………………… 12 分

21.【解题提示】(1)函数单调递减等价于其导函数小于等于零恒成立；

(2)通过等价转化将两个变量 x_1,x_2 转化为单一变量 t. 令 $t=\frac{x_2}{x_1}$，只需证 $2\ln t+2t\ln t>4(t-1)$.

【解析】(1)$f'(x)=2x-ae^x$， ……………………… 1 分

若函数 $f(x)$ 单调递减，则 $f'(x)\leqslant0$ 恒成立，

即 $a\geqslant\frac{2x}{e^x}$， ………………………………………… 2 分

令 $g(x)=\frac{2x}{e^x}$，$g'(x)=\frac{2(1-x)}{e^x}$，

故 $g(x)$ 的单调递增区间是 $(-\infty,1)$，$g(x)$ 的单调递减区间是 $(1,+\infty)$，

故 $g(x)_{\max}=g(1)=\frac{2}{e}$，…………………………… 3 分

所以 $a\geqslant\frac{2}{e}$，a 的取值范围为 $\left[\frac{2}{e},+\infty\right)$. ……… 4 分

(2)设 $f(x)$ 的两个实根 x_1,x_2，$0<x_1<x_2$，

则 $x_1^2=ae^{x_1}$，$x_2^2=ae^{x_2}$，

所以 $\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2=e^{x_2-x_1}$ (＊)， ………………… 6 分

令 $t=\frac{x_2}{x_1}(t>1)$，

则(＊)式化为 $t^2=e^{x_2-x_1}$，所以 $x_2-x_1=2\ln t$，

解得 $\begin{cases}x_1=\frac{2\ln t}{t-1},\\x_2=\frac{2t\ln t}{t-1},\end{cases}$

要证 $x_1+x_2>4$，只需证 $2\ln t+2t\ln t>4(t-1)$，

即证 $2\ln t+2t\ln t-4(t-1)>0$. ………………… 8 分

令 $h(t)=2\ln t+2t\ln t-4t+4$，

则 $h'(t)=\frac{2}{t}+2(1+\ln t)-4=2\left(\ln t+\frac{1}{t}\right)-2>0$

恒成立，

所以 $h(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，且 $h(1)=0$，

………………………………………………………… 10 分

所以 $h(t)>0$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒成立，

所以 $x_1+x_2>4$. ………………………………… 12 分

22.【解析】(1)消去参数得曲线的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

………………………………………………………… 2 分

直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，

即 $\rho\left(\frac{1}{2}\cos\theta-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，

根据 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta\\y=\rho\sin\theta\end{cases}$ 可知，

转换成直角坐标方程为 $x-\sqrt{3}y+\sqrt{3}=0$. ……… 5 分

(2)设 A,B 两点的坐标为 $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$，由题意可知直线过椭圆 C 的左焦点 $(-\sqrt{3},0)$，

联立 $\begin{cases}x-\sqrt{3}y+\sqrt{3}=0,\\\frac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$ 得 $7y^2-6y-1=0$， …… 7 分

所以 $\begin{cases}y_1+y_2=\frac{6}{7}\\y_1y_2=-\frac{1}{7}\end{cases}$，

所以 $(y_1-y_2)^2=\frac{64}{49}$，$(x_1-x_2)^2=3(y_1-y_2)^2$，

所以 $|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\frac{16}{7}$.

………………………………………………………… 10 分

23.【解题提示】(1)考查了在解绝对值不等式时分类讨论的思想；

(2)考查了三角不等式 $|x|-|y|\leqslant|x-y|\leqslant|x|+|y|$.

【解析】(1)当 $a=1,m=2$ 时，$f(x)=|2x-1|-|x+2|>2$， ………………………………………… 2 分

①当 $x<-2$ 时，$f(x)=1-2x+(x+2)=-x+3>2$，解得 $x<1$，所以 $x<-2$；

②当 $-2\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=1-2x-(x+2)>2$，解得 $x<-1$，所以 $-2\leqslant x<-1$；

③当 $x>\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=2x-1-(x+2)>2$，解得 $x>5$，所以 $x>5$.

综上，$M=\{x|x<-1$ 或 $x>5\}$. …………………… 5 分

(2)当 $m=1$ 时，$f(x)=|x-1|-|x+2a^2|$，

对于任意实数 x，不等式 $f(x)<-3a$ 恒成立，

即 $|x-1|-|x+2a^2|<-3a$ 恒成立，…………… 7 分

因为 $|x-1|-|x+2a^2|\leqslant|(x-1)-(x+2a^2)|=|2a^2+1|$，所以 $|2a^2+1|<-3a$，

即 $2a^2+1<-3a$，解得 $-1<a<-\frac{1}{2}$，

所以实数 a 的取值范围为 $\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$. ……… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。