

秘密 ★ 启用前

试卷类型：B

2023届广州市高三年级调研测试

数 学

本试卷共5页，22小题，满分150分。考试用时120分钟。

- 注意事项：**
- 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。用 2B 铅笔在答题卡的相应位置填涂考生号。
 - 作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。
 - 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
 - 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $A = \{y | y = x^2\}$ ， $B = \{x | y = \ln(2-x)\}$ ，则 $A \cap B =$

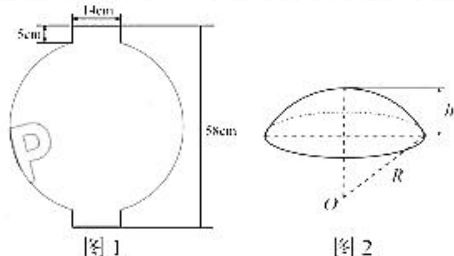
A. $[0, +\infty)$ B. $(0, 2)$ C. $[0, 2)$ D. $(-\infty, 2)$
- 复数 $z = \frac{1}{1+2i}$ 的共轭复数 \bar{z} 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 已知 $P: (x+2)(x-3) < 0$ ， $q: |x-1| < 2$ ，则 P 是 q 的

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 灯笼起源于中国的西汉时期，两千多年来，每逢春节人们便会挂起象征美好团圆意义的红灯笼，营造一种喜庆的氛围。如图1，某球形灯笼的轮廓由三部分组成，上下两部分是两个相同的圆柱的侧面，中间是球面除去上下两个相同球冠剩下的部分，如图2，球冠是由球面被平面截得的一部分，垂直于截面的直径被截得的部分叫做球冠的高，若球冠所在球面的半径为 R ，球冠的高为 h ，则球冠的面积 $S = 2\pi Rh$ 。如图1，已知该灯笼的高为 58cm，圆柱的高为 5cm，圆柱的底面圆直径为 14cm，则围成该灯笼中间球面部分所需布料的面积为

- A. $1940\pi \text{ cm}^2$ B. $2350\pi \text{ cm}^2$
C. $2400\pi \text{ cm}^2$ D. $2540\pi \text{ cm}^2$



5. 若 $\alpha, \beta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 且 $(1 - \cos 2\alpha)(1 + \sin \beta) = \sin 2\alpha \cos \beta$, 则下列结论正确的是

- A. $2\alpha + \beta = \frac{5\pi}{2}$ B. $2\alpha - \beta = \frac{3\pi}{4}$ C. $\alpha + \beta = \frac{7\pi}{4}$ D. $\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$

6. 为调查某地区中学生每天睡眠时间, 采用样本量比例分配的分层随机抽样, 现抽取初中生 800 人, 其每天睡眠时间均值为 9 小时, 方差为 1, 抽取高中生 1200 人, 其每天睡眠时间均值为 8 小时, 方差为 0.5, 则估计该地区中学生每天睡眠时间的方差为

- A. 0.96 B. 0.94 C. 0.79 D. 0.75

7. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(x+1) + f(x-1) = 2$, $f(x+2)$ 为偶函数,

若 $f(0) = 2$, 则 $\sum_{k=1}^{115} f(k) =$

- A. 116 B. 115 C. 114 D. 113

8. 双曲线 $C: x^2 - y^2 = 4$ 的左, 右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 作垂直于 x 轴的直线交双曲线于 A, B 两点, $\triangle AF_1F_2, \triangle BF_1F_2, \triangle F_1AB$ 的内切圆圆心分别为 O_1, O_2, O_3 , 则 $\triangle O_1O_2O_3$ 的面积是

- A. $6\sqrt{2} - 8$ B. $6\sqrt{2} - 4$ C. $8 - 4\sqrt{2}$ D. $6 - 4\sqrt{2}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

9. 已知 \bar{A}, \bar{B} 分别为随机事件 A, B 的对立事件, $P(A) > 0, P(B) > 0$, 则下列结论正确的是

- A. $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ B. $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$
C. 若 A, B 互斥, 则 $P(AB) = P(A)P(B)$ D. 若 A, B 独立, 则 $P(A|B) = P(A)$

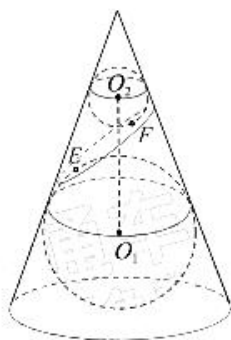
10. 已知 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, $f(x) = a \sin x - b \cos x (ab \neq 0)$, 则下列结论正确的是

- A. 将 $f'(x)$ 图象上所有的点向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度可得 $f(x)$ 的图象
B. $f(x)$ 与 $f'(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{3\pi}{4}$ 对称
C. $f(x) + f'(x)$ 与 $f(x) - f'(x)$ 有相同的最大值
D. 当 $a = b$ 时, $f(x) + f'(x)$ 与 $f(x) - f'(x)$ 都在区间 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增

11. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = \sqrt{2}$, $BC = \sqrt{3}$, 将 $\triangle ADC$ 沿对角线 AC 进行翻折, 点 D 翻折至点 D' , 连接 $D'B$, 得到三棱锥 $D'-ABC$, 则在翻折过程中, 下列结论正确的是
- A. 三棱锥 $D'-ABC$ 的外接球表面积不变
- B. 三棱锥 $D'-ABC$ 的体积最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C. 异面直线 AD' 与 BC 所成的角可能是 90°
- D. 直线 AD' 与平面 ABC 所成角不可能是 60°
12. 已知 $a > 0$, $b > 0$, $abe^a + \ln b - 1 = 0$, 则
- A. $\ln b > \frac{1}{a}$ B. $e^a > \frac{1}{b}$ C. $a + \ln b < 1$ D. $ab < 1$

三、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分.

13. 已知 $(a+x)(1+x)^2$ 的展开式中 x^4 的系数是 20, 则实数 $a =$ _____.
14. 已知向量 $\mathbf{a} = (-2, \lambda)$, $\mathbf{b} = (1, 1)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $\lambda =$ _____, $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 在 \mathbf{b} 方向上的投影向量的坐标为 _____.
15. 若过点 $(0, b)$ ($b > 0$) 只可以作曲线 $y = \frac{x}{e^x}$ 的一条切线, 则 b 的取值范围是 _____.
16. 如图是数学家 Germinal Dandelin 用来证明一个平面截圆锥得到的截面曲线是椭圆的模型. 在圆锥内放两个大小不同的小球, 使得它们分别与圆锥的侧面与截面都相切. 设图中球 O_1 , 球 O_2 的半径分别为 4 和 2, 球心距离 $|O_1O_2| = 2\sqrt{10}$, 截面分别与球 O_1 , 球 O_2 相切于点 E, F (E, F 是截面椭圆的焦点), 则此椭圆的离心率等于 _____.



四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_6 = 4S_3$, $a_{2n} = 2a_n + 1$ ($n \in \mathbf{N}^+$).

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = 2^{n-1} a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

数学试卷 第 3 页 (共 5 页)

18. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $c = 2b$, $2\sin A = 3\sin 2C$.

(1) 求 $\sin C$;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{7}}{2}$, 求 AB 边上的中线 CD 的长.

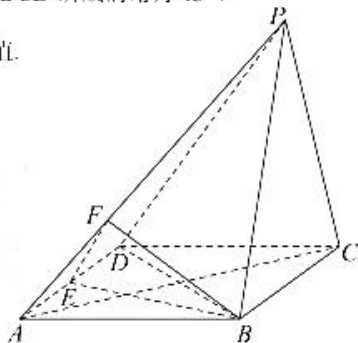
19. (12分)

如图, 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是菱形, 平面 $PBC \perp$ 平面 $ABCD$, $\angle ACD = 30^\circ$, E 为 AD 的中点, 点 F 在 PA 上, $AP = 3AF$.

(1) 证明: $PC \parallel$ 平面 BEF ;

(2) 若 $\angle PDC = \angle PDB$, 且 PD 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45° ,

求平面 AEF 与平面 BEF 夹角的余弦值.



20. (12分)

世界卫生组织建议成人每周进行2.5至5小时的中等强度运动. 已知 A 社区有56%的居民每周运动总时间超过5小时, B 社区有65%的居民每周运动总时间超过5小时, C 社区有70%的居民每周运动总时间超过5小时, 且 A, B, C 三个社区的居民人数之比为5:6:9.

(1) 从这三个社区中随机抽取1名居民, 求该居民每周运动总时间超过5小时的概率;

(2) 假设这三个社区每名居民每周运动总时间为随机变量 X (单位: 小时), 且 $X \sim N(5.5, \sigma^2)$. 现从这三个社区中随机抽取3名居民, 求至少有两名居民每周运动总时间为5至6小时的概率.

21. (12分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 到准线的距离为 2, 圆 M 与 y 轴相切, 且圆心 M 与抛物线 C 的焦点重合.

(1) 求抛物线 C 和圆 M 的方程;

(2) 设 $P(x_0, y_0) (x_0 \neq 2)$ 为圆 M 外一点, 过点 P 作圆 M 的两条切线, 分别交抛物线 C 于两个不同的点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 和点 $Q(x_3, y_3), R(x_4, y_4)$, 且 $y_1 y_2 y_3 y_4 = 16$, 证明: 点 P 在一条定曲线上.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = a^x - ex^2$, $a > 0$ 且 $a \neq 1$.

(1) 设 $g(x) = \frac{f(x)}{x} + ex$, 讨论 $g(x)$ 的单调性;

(2) 若 $a > 1$ 且 $f(x)$ 存在三个零点 x_1, x_2, x_3 .

(i) 求实数 a 的取值范围;

(ii) 设 $x_1 < x_2 < x_3$, 求证: $x_1 + 3x_2 + x_3 > \frac{2e+1}{\sqrt{e}}$.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线



微信



自主选拔在线
微信号：zizzsw



自主选拔在线
微信号：zizzsw