2022年12月

# 绵阳南山中学2022年秋绵阳二诊热身考试
# 理科数学试题

命题人：卿小平　吕宗明　　审题人：蔡晓军

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知全集为Z，集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\left\{x\middle|x^2-x-2\geq 0,x\in Z\right\}$，则 $A\cup(C_Z B)=$

A. $\{1\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{0,1,2,3\}$　　D. $\{-1,0,1,2,3\}$

2.复数 $z$ 满足 $(1+i)z=|\sqrt{3}-i|$，则 $\overline{z}=$

A. $1+i$　　B. $1-i$　　C. $-1-i$　　D. $-1+i$

3.已知直线 $l$ 的方程为 $x\sin\alpha+\sqrt{3}y-1=0,\alpha\in R$，则直线 $l$ 的倾斜角范围是

A. $\left(0,\frac{\pi}{3}\right]\cup\left[\frac{2}{3}\pi,\pi\right)$　　B. $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]\cup\left[\frac{5\pi}{6},\pi\right)$

C. $[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}]$　　D. $[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}]$

4.某产品的广告费用 $x$ 与销售额 $y$ 的统计数据如下表：根据下表可得回归方程中的 $\hat{b}=10.6$，据此模型预报广告费用为10万元时销售额为

| 广告费用 $x$(万元) | 4 | 2 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| 销售额 $y$(万元) | 49 | 26 | 39 | 58 |

A. 111.9万元　　B. 112.1万元

C. 113.1万元　　D. 113.9万元

5.甲、乙、丙3位志愿者安排在周一至周五的5天中参加某项志愿者活动，要求每人参加一天且每天至多安排一人，并要求甲安排在另外两位前面．不同的安排方法共有

A．20种　　B．30种　　C．50种　　D．60种

6.已知直线 $l:mx+y-m-1=0$ 与圆 $M:(x-2)^2+(y-2)^2=4$ 交于 $A,B$ 两个不同点，则当弦 $AB$ 最短时，圆 $M$ 与圆 $N:x^2+(y-m)^2=1$ 的位置关系是

A．内切　　B．相离　　C．外切　　D．相交

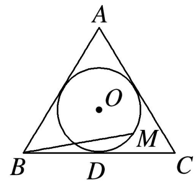
7.将函数 $f(x)=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{5})-1(\omega>0)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{5\omega}$ 个单位，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，若 $y=g(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{4}]$ 上为增函数，则 $\omega$ 的最大值为

A．$\frac{\pi}{5}$　　B．$\frac{2\pi}{5}$　　C．2　　D．3

8.已知定义在 $R$ 上的可导函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，满足 $f'(x)<f(x)$，且 $f(-x)=f(2+x)$，$f(2)=1$，则不等式 $f(x)<e^x$ 的解集为

A. $(-\infty,2)$　　B. $(2,+\infty)$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $(0,+\infty)$

9.如图，圆 $O$ 是边长为 $2\sqrt{3}$的等边三角形 $ABC$ 的内切圆，其与 $BC$ 边相切于点 $D$，点 $M$ 为圆上任意一点，$\overrightarrow{BM}=x\overrightarrow{BA}+y\overrightarrow{BD}(x，y\in\mathbf{R})$，则 $2x+y$ 的最大值为




A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $2\sqrt{2}$

10.已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=\begin{cases}ax+a, x\le -1\\ \ln(x+1), x>-1\end{cases}$ 函数 $g(x)=f(x)-f(-x)$ 恰有 5 个零点，则实数 $a$ 的取值范围为

A. $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}},\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$　　B. $\left(0,\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$　　C. $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}},0\right)$　　D. $\left(\frac{1}{\mathrm{e}},+\infty\right)$

11. 已知双曲线的左、右焦点分别为 $F_1$、$F_2$，焦距为 8，$P$ 是双曲线右支上的一点，直线 $F_2P$ 与 $y$ 轴交于点 $A$，$\triangle APF_1$ 的内切圆在边 $PF_1$ 上的切点为 $Q$，若$|PQ|=2$，则该双曲线的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C.2　　D.3

12.已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $R$，对任意的实数 $x$，$y\in R$，$f(x+y)=f(x)f(y)$，当 $x<0$ 时 $f(x)>1$，且数列 $\{a_n\}$满足 $f(a_{n+1})f(\frac{1}{1+a_n})=1(n\in N^*)$，且 $a_1=f（0）$，则下列结论成立的是

A．$f（a_{2016}）>f（a_{2019}）$　　B．$f（a_{2016}）>f（a_{2018}）$

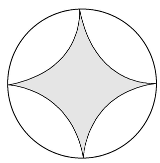
C．$f（a_{2017}）>f（a_{2020}）$　　D．$f（a_{2018}）>f（a_{2019}）$

**二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.**

13.$\left(x^2+\frac{1}{x}-2\right)^5$ 的展开式中常数项为________.

14.已知 $A(3,1),B(-3,0)$，$P$ 是椭圆 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$上的一点，则$|PA|+|PB|$的最大值为_______.

15.如图，将半径为 1 分米的圆分成相等的四段弧，再将四段弧围成星形放在圆内(阴影部分). 现在往圆内任投 100 颗豆子，则落在星形区域内的豆子数大约为________.



16.对于任意 $x_1$，$x_2\in[1,+\infty)$，当 $x_2>x_1$ 时，有 $a\ln\frac{x_2}{x_1}-2(x_2-x_1)<0$ 成立，则实数 $a$ 的取值范围是______________.

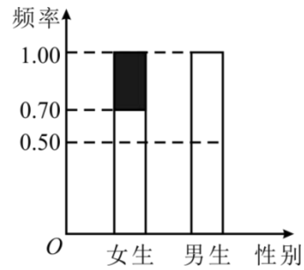
**三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.**

**（一）必考题：共 60 分.**

17. 2022 年 11 月 20 日，卡塔尔世界杯在海湾球场盛大开幕。为了了解某中学高一学生对世界杯开幕式的关注程度，从该校高一学生中随机抽取了 100 名学生进行调查，调查样本中有 40 名女生.下图是根据样本的调查结果绘制的等高条形图（阴影区域表示关注世界杯开幕式的部分）。

（1）完成上面的 2×2 列联表，并计算回答是否有 95%的把握认为“对世界杯开幕式的关注与性别有关”？

| | 关注 | 没关注 | 合计 |
|---|---|---|---|
| 男 | | | |
| 女 | | | |
| 合计 | | | |




（2）若将频率视为概率，现从该中学高一女生中随机抽取 3 人.记被抽取的 3 名女生中对世界杯开幕式关注的人数为随机变量 X，求 X 的分布列及数学期望.

附：

| $P(K^2 \geq k_0)$ | 0.150 | 0.100 | 0.050 | 0.010 | 0.005 |
|---|---|---|---|---|---|
| $k_0$ | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 6.635 | 7.879 |

$K^2=\dfrac{n\left(ad-bc\right)^2}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$.

18. 已知各项均为正数的数列$\{a_n\}$的首项$a_1=\dfrac{1}{2}$，前$n$项和为$S_n$，且$S_{n+1}+S_n-2a_{n+1}^2=0$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=\dfrac{a_n}{4^{a_n}}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$.

19.在△$ABC$中，角$A$，$B$，$C$所对的边分别为$a$，$b$，$c$，且$b\sin\dfrac{B+C}{2}=a\sin B$.

(1)求角$A$的大小；

(2)若角$A$的平分线交$BC$于$D$且$AD=2$，求$a$的最小值.

20．已知直线$l$与抛物线$C: y^2=2px\left(p>0\right)$交于$A,B$两点，当$l$过抛物线焦点且垂直于$x$轴时，$\left|AB\right|=4$.又$P$是圆$M:\left(x+1\right)^2+y^2=1$上一点，若$PA$、$PB$都是$C$的切线.

（1）求抛物线$C$的方程及其准线方程；

（2）求$\triangle PAB$的面积的最大值.

21．已知函数$f(x)=ax\ln x-\ln x-ax+1(a>0)$，设曲线$y=f(x)$在点$(e,f(e))$处的切线方程为$y=g(x)$.

（1）证明：对定义域内任意$x$，都有$f(x)\geq g(x)$；

（2）当$a=1$时，关于$x$的方程$f(x)=m$有两个不等的实数根$x_1$，$x_2$，

证明：$\left|x_1-x_2\right|<m\cdot\dfrac{2e-1}{e-1}+e-1$.

**（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.**

22．在直角坐标系$xOy$中，曲线$C_1$的方程为$x^2+y^2-4x=0$，以坐标原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

（1）点$P$为$C_1$上任意一点，若$OP$的中点$Q$的轨迹为曲线$C_2$，求$C_2$的极坐标方程；

（2）若点$M$，$N$分别是曲线$C_1$和$C_2$上的点，且$OM\perp ON$，判断$\left|OM\right|^2+4\left|ON\right|^2$是否为定值，若是求出定值，若不是说明理由.

23．已知函数$f(x)=2\left|x-a\right|+\left|x+1\right|\left(a\in R\right)$.

（1）当$a=2$时，求$f(x)<4$的解集；

（2）若关于$x$的不等式$f(x)\leq\left|x+5\right|$的解集为$M$，且$\left[-1,2\right]\subseteq M$，求$a$的取值范围.