南充市高2023届“三诊”文科数学参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	D	B	C	B	A	C	A	A	D	C	C	B

二．填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．把答案填在答题卡上．

13. $(2,+\infty)$　　14. 1400　　15. $\frac{13}{4}$　　16. ①③④

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17—21题必考题，每个试题考生必须作答.第22、23题为选考题，考试根据要求作答.

(一)必考题

17．解：(1)$\because 2S_n=3a_n-3$………①

$\therefore$当$n\ge 2$时,$2S_{n-1}=3a_{n-1}-3$………② ……………………（2分）

①−②得:$2a_n=3a_n-3a_{n-1}$,即$a_n=3a_{n-1}(n\ge 2)$

$\because a_1=3$

$\therefore$数列$\{a_n\}$以3为首项,3为公比的等比数列.

$\therefore a_n=3^n(n\in N^*)$ ……………………（6分）

(2)$\because b_n=a_n+\log_3 a_n=3^n+n$. ……………………（7分）

$$\therefore T_n=b_1+b_2+\cdots+b_{n-1}+b_n=(3^1+1)+(3^2+2)+\cdots+(3^{n-1}+n-1)+(3^n+n)$$
$$=(3^1+3^2+\cdots+3^{n-1}+3^n)+(1+2+\cdots+n-1+n)$$
$$=\frac{3(1-3^n)}{1-3}+\frac{(1+n)n}{2}=\frac{3^{n+1}+n^2+n-3}{2}.$$

所以$\{b_n\}$的前n项和$T_n=\dfrac{3^{n+1}+n^2+n-3}{2}$. ……………………（12分）

18．解：(1)由$\bar{x}=\dfrac{2+3+4+5+6+8+9+11}{8}=6$，$\bar{y}=\dfrac{1}{8}\sum\limits_{i=1}^{8}y_i=\dfrac{48.6}{8}=6.075$得： …………（2分）

$$\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^{\ 2}-n\overline{x}^2}=\frac{334.1-8\times 6\times 6.075}{356-8\times 36}=0.625$$ …………（4分）

由$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$得$\hat{a}=6.075-0.625\times 6=2.325$

所以年收入的附加额y与投资额x的线性回归方程为$\hat{y}=0.625x+2.325$. …………（6分）

(2)已知这8家企业中投资额不少于5百亿元的企业有5家，

其中收入附加额大于投资额的企业有2家，编号为A_1,A_2；余下3家编号为B_1,B_2,B_3

现从中5家中任选3家，基本事件总数为10，情况如下：

(A_1,A_2,B_1)，(A_1,A_2,B_2)，(A_1,A_2,B_3)，(A_1,B_1,B_2)，(A_1,B_1,B_3)，(A_1,B_2,B_3)，(A_2,B_1,B_2)，

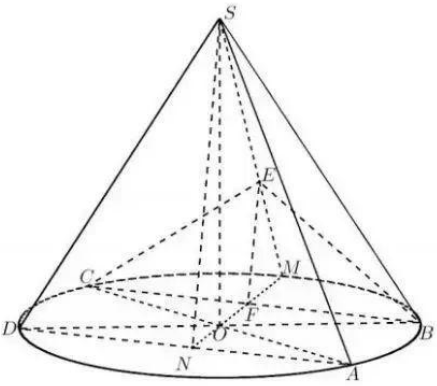
$(A_2,B_1,B_3),(A_2,B_2,B_3),(B_1,B_2,B_3)$

其中抽取的 3 家企业中恰有 1 家企业的收入附加额大于投资额的情况共有 6 种，情况如下：

$(A_1,B_1,B_2),(A_1,B_1,B_3),(A_1,B_2,B_3),(A_2,B_1,B_2),(A_2,B_1,B_3),(A_2,B_2,B_3)$ ....（10 分）

故抽取的 3 家企业中恰有 1 家企业的收入附加额大于投资额的概率 $P=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$. ....（12 分）

19．证明：(1)连接 MO 并延长交 AD 于 N



$\because M$ 为劣弧 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点

$\therefore MO$ 是 $\angle BOC$ 的角平分线，

$\therefore MN$平分$\angle AOD$

$\because OA=OD$

$\therefore MN\perp AD$ ....（4 分）

又$\because$在圆锥 SO 中，$SO\perp$平面$ABCD$

$\therefore SO\perp AD$

$\because MN$、$SO\subset$平面SMN，且$MN\cap SO=O$

$\therefore AD\perp$平面SMN

又$\because SM\subset$平面SMN

故 $AD\perp SM$ ....（6 分）

(2)设 MO 交 BC 于 F,显然OF平分$\angle BOC$,且$OF\perp BC$

又$\angle BOC=\frac{2\pi}{3}$

$\therefore \angle COF=\frac{\pi}{3}$

$\therefore$在ΔCOF中，$OF=\frac{1}{2}CO$，

$\therefore F$ 为 OM 的中点.

同理$ON=\frac{1}{2}OD$

$\therefore NF=2FM$ ....（7 分）

又$\because SE=2EM$

$\therefore \frac{ME}{SE}=\frac{MF}{NF}=\frac{1}{2}$

$\therefore EF\,//\,SN$

$\because SN\subset$平面SAD

$\therefore EF // 平面SAD$ ....（9 分）

又$\because AC, BD$是底面的两条直径

$\therefore BC // AD$

$\therefore BC // 平面SAD$

又$\because EF$、$BC \subset 平面BCE$，且$EF \cap BC = F$

$\therefore 平面BCE // 平面SAD$ ....（12 分）

20.解析：(1)由题意易知，动点 P 的轨迹是以 $M(-\sqrt{3},0), N(\sqrt{3},0)$ 为焦点的椭圆，且 $2a=4$

$\therefore$ 动点P的轨迹C的方程为：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1.$ ....（4 分）

(2) 显然直线 AD 的斜率存在，设 AD 的方程为： $y=k(x+2)$

联立$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1\\ y=k(x+2)\end{cases}$得：$(4k^2+1)x^2+16kx+4(4k^2-1)=0$

由$-2x_1=\dfrac{4(4k^2-1)}{4k^2+1}$得：$x_1=\dfrac{2(1-4k^2)}{4k^2+1}$ $\quad\therefore y_1=k(x_1+2)=\dfrac{4k}{4k^2+1}$

$\therefore D\left(\dfrac{2(1-4k^2)}{4k^2+1},\dfrac{4k}{4k^2+1}\right)$ ....（6 分）

由 $AD // BE$ 可设 BE 的方程为 $y=kx-1$

联立$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1\\ y=kx-1\end{cases}$得：$(4k^2+1)x^2-8kx=0$

$\therefore x_2=\dfrac{8k}{4k^2+1}$

$\therefore y_2=k\dfrac{8k}{4k^2+1}-1=\dfrac{4k^2-1}{4k^2+1}$

$\therefore E\left(\dfrac{8k}{4k^2+1},\dfrac{4k^2-1}{4k^2+1}\right)$ ....（8 分）

法 1：

$$S=\frac{1}{2}|OD|\cdot|OE|\cdot\sin\angle DOE=\frac{1}{2}|OD|\cdot|OE|\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{OE}}{|\overrightarrow{OD}|\cdot|\overrightarrow{OE}|}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{OD}|^2\cdot|\overrightarrow{OE}|^2-(\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{OE})^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{(x_1{}^2+y_1{}^2)(x_2{}^2+y_2{}^2)-(x_1x_2+y_1y_2)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{x_1{}^2y_2{}^2+x_2{}^2y_1{}^2-2x_1x_2y_1y_2}=\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$$

$$=\frac{1}{2}\left|\frac{2(1-4k^2)}{4k^2+1}\cdot\frac{4k^2-1}{4k^2+1}-\frac{8k}{4k^2+1}\cdot\frac{4k}{4k^2+1}\right|=\frac{1}{2}\left|\frac{2(4k^2-1)^2+32k^2}{(4k^2+1)^2}\right|=\frac{(4k^2-1)^2+16k^2}{(4k^2+1)^2}$$

$$=\frac{(4k^2+1)^2}{(4k^2+1)^2}$$

$$=1$$

$\therefore S$为定值1 ....（12 分）

法2：DE的方程为：$y-y_1=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}(x-x_1)$，即$(y_1-y_2)x-(x_1-x_2)y+x_1y_2-x_2y_1=0$

$\therefore O$到DE的距离为

$$d=\frac{|x_1y_2-x_2y_1|}{\sqrt{(y_1-y_2)^2+(x_1-x_2)^2}}=\frac{|x_1y_2-x_2y_1|}{|DE|}$$

$$\therefore S=\frac{1}{2}\cdot d\cdot|DE|=\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$$

后同

21．解：(1).当$a=1$时，$f(x)=\frac{x}{e^x}+\frac{1}{2}x^2-x$，$f'(x)=\frac{1-x}{e^x}+x-1=\frac{(x-1)(e^x-1)}{e^x}$

由由$f'(x)>0$得：$x<0$或$x>1$;由$f'(x)<0$得：$0<x<1$ ....（2 分）

列表：

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	–	0	+
$f(x)$	↗	极大	↘	极小	↗

$\therefore f(x)_{极大}=f(0)=0$；$f(x)_{极小}=f(1)=\frac{1}{e}-\frac{1}{2}$ ....（5 分）

(2).由$h(x)=\max\{f(x),g(x)\}$知：$h(x)\geq g(x)$

(i)当$x\in(1,+\infty)$时,$g(x)>0$

$\therefore h(x)>0$，故$h(x)$在$(1,+\infty)$上无零点. ....（6 分）

(ii)当$x=1$时,$g(1)=0,f(1)=\frac{a}{e}-\frac{1}{2}$知：$f(1)\leq0$时,$0\leq a\leq\frac{e}{2},h(1)=0,x=1$是$h(x)$的零点；

$f(1)>0$时，$a>\frac{e}{2},h(1)>0,x=1$不是$h(x)$的零点； ....（8 分）

(iii)当$x\in(0,1)$时,$g(x)<0$. 故$h(x)$在$(0,1)$的零点就是$f(x)$在$(0,1)$的零点.

由$f(x)=0$得：$a=\left(1-\frac{1}{2}x\right)e^{x}$.

设$\varphi(x)=\left(1-\frac{1}{2}x\right)e^{x}$,则$\varphi'(x)=\frac{1}{2}(1-x)e^{x}$.

$\therefore \varphi(x)$在$(0,1)$上单调递增.

又$\varphi(0)=1,\varphi(1)=\frac{e}{2}$,

$\therefore$当$a\geq\frac{e}{2}$时，$f(x)$即$h(x)$在$(0,1)$上无零点;

..............（10 分）

当$1<a<\frac{e}{2}$时，$f(x)$即$h(x)$在$(0,1)$上有1个零点;

当$0\leq a\leq 1$时，$f(x)$即$h(x)$在$(0,1)$上无零点;

综上所述：$1<a<\frac{e}{2}$时，$h(x)$有2个零点；

$0\leq a\leq 1$或$a=\frac{e}{2}$时，$h(x)$有1个零点；..............（12 分）

$a>\frac{e}{2}$时，$h(x)$无零点.

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 两题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

22.解：(1)C_1的直角坐标方程为$x+y-4=0$ ······························(2分）

C_2的极坐标方程$\rho^2-4\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta-4=0$ ······························(5分）

(2) 直线l的参数方程为$\begin{cases}x=2-\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ (t为参数)

将$\begin{cases}x=2-\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ (t为参数) 代入$(x-2)^2+(y-1)^2=9$得：$t^2+\sqrt{2}t-8=0$ ·········(7分）

显然$\Delta>0$，设点 A,B 在直线l上对应的参数分别为t_1,t_2，则

$t_1+t_2=-\sqrt{2}$，$t_1\cdot t_2=-8<0$

$\therefore \overrightarrow{MA}$与$\overrightarrow{MB}$的夹角为$\pi$

$\therefore \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=|t_1|\cdot|t_2|\cos\pi=-8$ ··································(10分)

23.解:(1)由 $f(x)=|x-1|+|x-3|=\begin{cases}-2x+4, & x<1\\ 2, & 1\le x\le 3\\ 2x-4, & x>3\end{cases}$

得函数 $f(x)$ 图像如右图所示，

$\because f(0)=f(4)=4$

所以$2<m<4$ ....（5 分）

(2)由 $f(x)$ 图像可知：其图像关于 $x=2$ 对称，

故 $a+b=4$

$\therefore \left(\sqrt{a}+\sqrt{5b}\right)^2=\left(1\cdot\sqrt{a}+\sqrt{5}\cdot\sqrt{b}\right)^2\le\left[1^2+\left(\sqrt{5}\right)^2\right]\left[\left(\sqrt{a}\right)^2+\left(\sqrt{b}\right)^2\right]=6(a+b)=24$

$\therefore \sqrt{a}+\sqrt{5b}\le 2\sqrt{6}$,当且仅当$\dfrac{\sqrt{a}}{1}=\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{5}}$，即$a=\dfrac{2}{3},b=\dfrac{10}{3}$时等号成立.

$\therefore \sqrt{a}+\sqrt{5b}$ 的最大值为$2\sqrt{6}$ ....（10 分）