

姓名 \_\_\_\_\_ 座位号 \_\_\_\_\_  
(在此卷上答题无效)

## 数 学(文科)

本试卷共4页,全卷满分150分,考试时间120分钟。

考生注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | \ln x < 1\}$ ,  $B = \{x | \sqrt{x+1} < \sqrt{3}\}$ , 则  $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$  **A**

A.  $[2, e)$       B.  $(0, 2)$       C.  $(2, e]$       D.  $(0, e)$

2. 复数  $z$  满足  $(2-i)z = 3+4i$  ( $i$  为虚数单位), 则复数  $z$  的模等于 **B**

A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       B.  $\sqrt{5}$       C.  $2\sqrt{5}$       D.  $4\sqrt{5}$

3. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_7 = 28$ ,  $a_2 + a_4 = 7$ , 则  $a_6 =$  **C**

A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

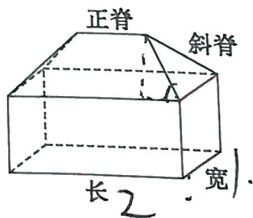
4. 若  $x, y$  满足  $\begin{cases} x \leq 3 \\ x+y \geq 2 \\ y \leq x \end{cases}$ , 则  $z = 4x+y$  的最大值为 **D**

A. 8      B. 10      C. 12      D. 15

5. 在  $\triangle ABC$  中, “ $\cos A > \cos B$ ” 是 “ $\sin A < \sin B$ ” 的 **D**

A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

6. 成语“运筹帷幄之中,决胜千里之外”,意思是在小小的军帐之内作出正确的部署,决定了千里之外战场上的胜利,说的是运筹的重要性。“帷幄”是古代打仗必备的帐篷,又称“幄帐”。右图是一种幄帐示意图,帐顶采用“五脊四坡式”,四条斜脊的长度相等,一条正脊平行于底面。若各斜坡面与底面所成二面角的正切值均为  $\frac{1}{2}$ ,



底面矩形的长与宽之比为  $2:1$ , 则正脊与斜脊长度的比值为

A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{4}{3}$       C.  $\frac{3}{4}$       D.  $\frac{5}{4}$

【D-022】数学(文科)试卷 第1页(共4页)

7. 已知  $\alpha \in \mathbf{R}$ ,  $2\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{2}$ , 则  $\tan 2\alpha =$

- A.  $\frac{3}{4}$                       B.  $\frac{4}{3}$                       C.  $\pm \frac{3}{4}$                       D.  $\pm \frac{4}{3}$

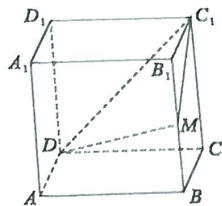
8. 设函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ,  $f(x+1)$  为偶函数,  $f(x+2)$  是奇函数, 当  $x \in [1, 2]$  时  $f(x) = ax^2 + bx$ , 若  $f(0) +$

$f(-1) = 1$ , 则  $f(\frac{7}{2}) =$

- A.  $\frac{3}{4}$                       B.  $-\frac{3}{4}$                       C.  $\frac{3}{2}$                       D.  $-\frac{3}{2}$

9. 已知正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 4,  $BB_1$  的中点为  $M$ , 过  $C_1, D, M$  的平面把正方体分成两部分, 则较小部分的体积为

- A.  $\frac{52}{3}$                       B. 18                      C.  $\frac{56}{3}$                       D.  $\frac{58}{3}$



10. 设  $a \neq 0$ , 若  $x = a$  是函数  $f(x) = a(x-a)^2(x-b)$  的极小值点, 则

- A.  $a < b$                       B.  $a > b$                       C.  $a^2 < ab$                       D.  $a^2 > ab$

11. 在  $\triangle ABC$  中,  $A = \frac{\pi}{3}$ ,  $D$  是  $BC$  上一点, 且  $BD = 3DC$ ,  $AD = 3$ , 则  $\triangle ABC$  面积的最大值是

- A.  $3\sqrt{3}$                       B.  $4\sqrt{3}$                       C.  $5\sqrt{3}$                       D.  $6\sqrt{3}$

12. 已知  $f(x) = e^x - ax^2$  ( $a$  为常数), 则下列结论

(1) 当  $a = \frac{e}{2}$  时,  $x = 1$  是  $f(x)$  的极值点

(2) 若  $f(x)$  有 3 个零点, 则实数  $a$  的最小值是  $\frac{e^2}{4}$

(3)  $a = \frac{1}{2}$  时,  $f(x)$  的零点  $x_0$  满足  $-1 < x_0 < -\frac{1}{2}$

正确的个数有

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知  $5^a = 4^b = 10$ , 则  $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} =$  2.

14. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 平面向量  $\vec{OA} = (2, 0)$ , 将  $\vec{OA}$  绕原点逆时针旋转  $\frac{2\pi}{3}$  得到向量  $-\frac{1}{2}\vec{OB}$ , 若  $A,$

$B, C$  三点共线, 则  $\vec{OC}$  在  $\vec{OA}$  方向上的投影是\_\_\_\_\_.

15. 已知正数  $x, y$  满足  $x + \frac{1}{4y} = 2$ , 则  $\frac{y}{x}$  的最小值是\_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$  在  $(0, 2]$  上有最大值和最小值, 且取得最大值和最小值的自变量的值是唯一的, 则  $\omega$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三. 解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

在锐角  $\triangle ABC$  中内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $\cos 2B - \sin(B - \frac{\pi}{2}) = 0$ .

(1) 求角  $B$ ;

(2) 若  $a=4$ ,  $BC$  边上的中线  $AD=\sqrt{7}$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

18. (12 分)

如图 1, 直角梯形  $ABCD$  中  $AD \parallel BC$ ,  $\angle A = \frac{\pi}{2}$ ,  $AD=1$ ,  $AB=2$ ,  $BC=3$ , 将梯形沿中位线  $EF$  折起并连接  $AB, CD$  得到图 2 所示的多面体  $AEB-DFC$ , 且  $AE \perp CE$ .

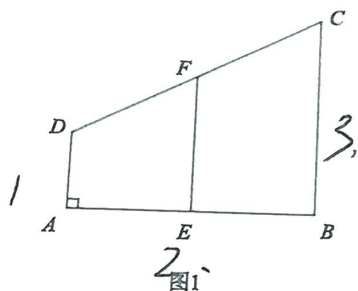


图1

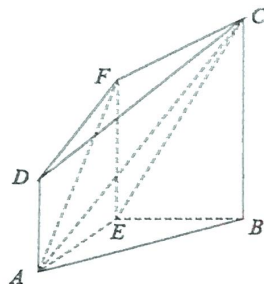


图2

(1) 证明:  $BE \perp$  平面  $AEF$ ;

(2) 求点  $F$  到平面  $ACE$  的距离.

19. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和是  $S_n$ ,  $a_1=2$ ,  $S_{n+1}=S_n+2a_n-1$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

(1) 求证: 数列  $\{a_n-1\}$  是等比数列;

(2) 数列  $\left\{ \frac{2^n}{a_n a_{n+1}} \right\}$  的前  $n$  项和是  $T_n$ , 证明:  $T_n < 1$ .

20. (12分)

已知函数  $f(x) = xe^x$ .

(1) 求  $f(x)$  的单调区间;

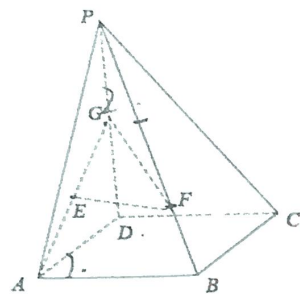
(2) 若  $g(x) = xe^x - x - \ln x - 1$ , 证明:  $g(x) \geq 0$  在  $(0, +\infty)$  上恒成立.

21. (12分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PD \perp$  底面  $ABCD$ , 底面  $ABCD$  是边长为 1 的菱形,  $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ ,  $PD = 2$ ,  $G$  为  $PD$  的中点,  $E$  为  $AG$  的中点, 点  $F$  在线段  $PB$  上, 且  $PF = 3FB$ .

(1) 求证:  $EF \parallel$  平面  $ABCD$ ;

(2) 求  $GF$  与平面  $ABCD$  所成角的正弦值.



22. (12分)

已知函数  $f(x) = x - a \ln x$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的极值点;

(2) 若方程  $f(x) = k$  有 2 个不等的实根  $x_1, x_2$ , 证明:  $x_1 + x_2 > 2a$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线