

昆明市 2022~2023 学年高二期末质量检测

数学参考答案及评分标准

一、单选题；二、多选题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	D	C	B	B	A	D	C	ABC	ABC	AD	BC

三、填空题

13. $\sqrt{5}$ 14. -2 (写出 $[-4,0]$ 中的任意一个实数即可) 15. 94 16. $(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}]$

17. 解: (1) 由已知得 $2S_n = (n+1)a_n$, 所以 $2S_{n+1} = (n+2)a_{n+1}$,

两式相减得 $2a_{n+1} = (n+2)a_{n+1} - (n+1)a_n$, 所以 $\frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n}{n}$,

故数列 $\{\frac{a_n}{n}\}$ 为常数列, 则 $\frac{a_n}{n} = \frac{a_1}{1} = 1$,

所以 $a_n = n$5 分

(2) 因为 $a_n = n$, 所以 $b_n = 2^n$, 则

$b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = \frac{2 \times (1-2^n)}{1-2} = 2^{n+1} - 2$10 分

18. 解: (1) 由正弦定理得 $b^2 - c^2 = a(a-c)$, 即 $a^2 + c^2 - b^2 = ac$,

由余弦定理得 $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{1}{2}$,

因为 $B \in (0, \pi)$, 所以 $B = \frac{\pi}{3}$6 分

(2) 由已知得 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}b \times 2 = \frac{1}{2}ac \sin \frac{\pi}{3}$, 即 $b = \frac{\sqrt{3}}{4}ac$,

由 (1) 知 $b^2 = a^2 + c^2 - ac$,

因此 $\frac{3}{16}a^2c^2 = a^2 + c^2 - ac$, 而 $a^2 + c^2 - ac \geq ac$, 则 $\frac{3}{16}a^2c^2 \geq ac$,

于是 $ac \geq \frac{16}{3}$, 故 $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}ac \geq \frac{4\sqrt{3}}{3}$, 当且仅当 $a=c=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 时取等号,
所以 $\triangle ABC$ 面积的最小值为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$12 分

19. 解: (1) 由 $AB \perp$ 平面 BCC_1B_1 , 得 $AB \perp BC_1$,

又 $AC \perp BC_1$, $AB \cap AC = A$,

所以 $BC_1 \perp$ 平面 ABC ,

又 $BC \subset$ 平面 ABC , 所以 $BC_1 \perp BC$6 分

(2) 由 (1) 知 BA , BC , BC_1 两两垂直,

建立空间直角坐标系 $B-xyz$ 如图所示,

不妨设 $BC=2$, 则 $AB=BC_1=1$,

可得 $\overrightarrow{BM} = (1, 0, \frac{1}{2})$, $\overrightarrow{BC_1} = (0, 1, 0)$,

设平面 MBC_1 的法向量为 $\mathbf{n}_1 = (x, y, z)$,

由 $\begin{cases} \mathbf{n}_1 \cdot \overrightarrow{BM} = 0, \\ \mathbf{n}_1 \cdot \overrightarrow{BC_1} = 0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x + \frac{1}{2}z = 0, \\ y = 0, \end{cases}$ 所以平面 MBC_1 的一个法向量为 $\mathbf{n}_1 = (1, 0, -2)$,

又 $\overrightarrow{CA} = (-2, 0, 1)$, $\overrightarrow{CC_1} = (-2, 1, 0)$, 同理得平面 ACC_1A_1 的一个法向量为 $\mathbf{n}_2 = (1, 2, 2)$,

所以 $|\cos \langle \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2 \rangle| = \frac{|\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2|}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|} = \frac{|1+0-4|}{\sqrt{5} \times 3} = \frac{\sqrt{5}}{5}$,

所以, 平面 MBC_1 与平面 ACC_1A_1 夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$12 分

20. 解: (1) 由题意知 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx$,

所以 $f'(1) = 3a + 2b = 0$, $f(1) = a + b + 1 = 0$, 所以 $a = 2$, $b = -3$5 分

(2) 由 (1) 可知, 函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$, 所以 $f'(x) = 6x^2 - 6x$,

设切点坐标为 $(x_0, 2x_0^3 - 3x_0^2 + 1)$,

所以切线方程为 $y - (2x_0^3 - 3x_0^2 + 1) = (6x_0^2 - 6x_0)(x - x_0)$, 因为切线过点 $(1, m)$,

所以 $m - (2x_0^3 - 3x_0^2 + 1) = (6x_0^2 - 6x_0)(1 - x_0)$, 即 $m = -4x_0^3 + 9x_0^2 - 6x_0 + 1$,

令 $h(x) = -4x^3 + 9x^2 - 6x + 1$, 则 $h'(x) = -12x^2 + 18x - 6 = -6(2x-1)(x-1)$,

数学参考答案及评分标准 · 第 2 页 (共 4 页)

令 $h'(x)=0$ ，解得 $x=\frac{1}{2}$ ，或 $x=1$ 。

当 x 变化时， $h'(x)$ ， $h(x)$ 的变化情况如下表所示，

x	$(-\infty, \frac{1}{2})$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2}, 1)$	1	$(1, +\infty)$
$h'(x)$	-	0	+	0	-
$h(x)$	单调递减	$-\frac{1}{4}$	单调递增	0	单调递减

因此，当 $x=\frac{1}{2}$ 时， $h(x)$ 有极小值 $h(\frac{1}{2})=-\frac{1}{4}$ ；

当 $x=1$ 时， $h(x)$ 有极大值 $h(1)=0$ 。

过点 $(1, m)$ 存在 3 条直线与曲线 $y=f(x)$ 相切，等价于

关于 x 的方程 $m=-4x^3+9x^2-6x+1$ 有三个不同的根，则 $-\frac{1}{4}<m<0$ ，

所以实数 m 的取值范围是 $(-\frac{1}{4}, 0)$ 。.....12 分

21. 解：(1) 因为 M 的一条渐近线方程为 $x-2y=0$ ，设 $M: x^2-4y^2=\lambda$ ，

因为过点 $(\sqrt{5}, \frac{1}{2})$ ，所以 $\lambda=4$ ，

故 M 的方程为 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 。.....4 分

(2) 设 $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_2, y_2)$ ， $E(0, t)$ ，由题知 $|EQ|=|EP|=|ET|$ ，

故 $\sqrt{9+t^2}=\sqrt{x_1^2+(y_1-t)^2}=\sqrt{x_2^2+(y_2-t)^2}$ ，又 $x_1^2=4+4y_1^2$ ， $x_2^2=4+4y_2^2$

所以 $5y_1^2-2ty_1-5=0$ ， $5y_2^2-2ty_2-5=0$ 。

所以 y_1, y_2 是方程 $5y^2-2ty-5=0$ 的两根，所以 $y_1y_2=-1$ ，.....8 分

设 $l: x=my+\sqrt{5}$ ，

联立 $\begin{cases} x=my+\sqrt{5}, \\ \frac{x^2}{4}-y^2=1, \end{cases}$ 得 $(m^2-4)y^2+2\sqrt{5}my+1=0$ ，

数学参考答案及评分标准·第 3 页（共 4 页）

$\Delta = 16m^2 + 16 > 0$ ，所以 $y_1 y_2 = \frac{1}{m^2 - 4}$ ，故 $\frac{1}{m^2 - 4} = -1$ ，所以 $m = \pm\sqrt{3}$ ，
此时，直线 l 的斜率的绝对值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，大于渐近线斜率的绝对值 $\frac{1}{2}$ ，满足题设，
所以直线 l 的方程为 $x + \sqrt{3}y - \sqrt{5} = 0$ 或 $x - \sqrt{3}y - \sqrt{5} = 0$12 分

22. 解：(1) 由题知随机变量 $X_1 \sim B(10, p)$ ，所以 $P(A_1) = C_{10}^2 p^2 (1-p)^8$4 分

(2) 设事件 $A = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5$ ，由题图可知 $x_1 = 2$ ， $x_2 = 1$ ， $x_3 = 1$ ， $x_4 = 3$ ， $x_5 = 3$ ，

则 $P(A) = [C_{10}^2 p^2 (1-p)^8] \cdot [C_{10}^1 p (1-p)^9]^2 \cdot [C_{10}^3 p^3 (1-p)^7]^2$ ，

即 $P(A) = (C_{10}^1)^2 (C_{10}^2)^2 p^{10} (1-p)^{40}$8 分

设 $g(p) = \ln P(A) = \ln[(C_{10}^1)^2 (C_{10}^2)^2] + 10 \ln p + 40 \ln(1-p)$ ， $p \in (0, 1)$ ，

则 $g'(p) = \frac{10}{p} - \frac{40}{1-p} = \frac{10-50p}{p(1-p)}$ ，

所以当 $0 < p < \frac{1}{5}$ 时， $g'(p) > 0$ ，所以 $g(p)$ 在 $(0, \frac{1}{5})$ 上单调递增；

当 $\frac{1}{5} < p < 1$ 时， $g'(p) < 0$ ，所以 $g(p)$ 在 $(\frac{1}{5}, 1)$ 上单调递减；

所以当 $p = \frac{1}{5}$ 时， $g(p)$ 取得最大值，即 $P(A)$ 取得最大值，

所以 $\frac{1}{2} \theta_0^2 - \frac{5}{6} \theta_0 + \frac{19}{45} = \frac{1}{5}$ ，即 $9\theta_0^2 - 15\theta_0 + 4 = 0$ ，解得 $\theta_0 = \frac{1}{3}$ 或 $\theta_0 = \frac{4}{3}$ ，

因为 $0 < \theta_0 < 1$ ，所以 $\theta_0 = \frac{1}{3}$12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线