

# 巴中市普通高中 2021 级“零诊”考试

## 数学 (文科)

(满分 150 分 120 分钟完卷)

### 注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、班级、考号填写在答题卡规定的位置。
2. 答选择题时请使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 非选择题答题时必须用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔, 将答案书写在答题卡规定的位置, 在规定的答题区域以外答题无效, 在试题卷上答题无效。
3. 考试结束后, 考生将答题卡交回。

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。

1. 在复平面内, 复数  $z$  对应的点的坐标是  $(-1, 1)$ , 则  $\bar{z}z + z =$  ( )  
A.  $1+i$                       B.  $1-i$                       C.  $-1+i$                       D.  $-1-i$
2. 已知集合  $A = \{x | x+2 \geq 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 < 9\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
A.  $\{x | 0 \leq x < 3\}$               B.  $\{x | 0 < x < 3\}$               C.  $\{x | -2 \leq x < 3\}$               D.  $\{x | -2 < x \leq 3\}$
3. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $\frac{S_3}{3} - \frac{S_2}{2} = 2$ , 则数列  $\{a_n\}$  的公差为 ( )  
A. 1                                  B. 2                                  C.                                  D.
4. 已知向量  $\vec{a} = (1, 1)$ ,  $\vec{b} = (x, -1)$ , 则 “ $x = -1$ ” 是  $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$  的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                  D. 非充分非必要条件
5. 双曲线  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$  的两条渐近线与直线  $x = 2$  围成一个三角形区域, 表示该区域的不等式组是 ( )

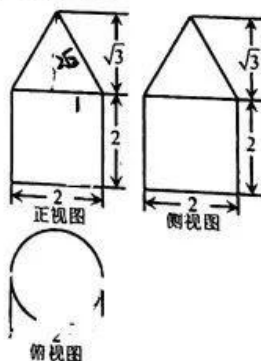
A. 
$$\begin{cases} y \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ x + 2y \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ 2x + y \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} 2x - y \leq 0 \\ 2x + y \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

6. 某几何体的三视图如右图所示, 则该几何体的表面积为 ( )



7. 第 31 届世界大学生夏季运动会以“绿色、智慧、活力、共享”为理念, 向全世界送出来自中国的美好祝愿。某高校田径组拟从甲、乙两名女同学中选一人参加本届大运会, 已知甲、乙两名同学近五次 800 米训练成绩 (单位: 秒) 如下面的茎叶图所示。根据两人训练成绩的平均值及方差, 现有下列 4 种推荐意见。

- ①甲成绩的平均值低于乙成绩的平均值，推荐甲参加大运会。  
②甲成绩的平均值高于乙成绩的平均值，推荐乙参加大运会。  
③甲成绩的方差小于乙成绩的方差，推荐乙参加大运会。  
④甲成绩的方差大于乙成绩的方差，推荐甲参加大运会。

	甲	乙
8	11	9
4	7	12
	5	6
	6	5
	0	13
		0

其中合理推荐意见的编号是 ( )

- A. ①③                                  B. ①④                                  C. ②③                                  D. ②④

8. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如

右图所示，则  $f(-\frac{5\pi}{12}) = ( )$

- A.  $\sqrt{3}$   
B.  $-\sqrt{3}$   
C. 1  
D. -1

$\frac{11\pi}{12}$  x

9. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ，过  $F_1$  斜率为  $\frac{3}{4}$  的直线与  $C$  的右支交于点  $P$ ，若线段  $PF_1$  恰被  $y$  轴平分，则  $C$  的离心率为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$                                   B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$                                   C. 2                                  D. 3

10. 已知正数  $x, y$  满足  $\frac{x}{2} + y = 1$ ，则  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$  的最小值为 ( )

- A. 5                                  B.  $\frac{9}{2}$                                   C. 4                                  D.  $\frac{7}{2}$

11. 已知正数  $a, b$  满足  $e^a + a = b + \ln b = 2$  ( $e$  为自然对数的底数)，则下列关系式中不正确的是 ( )

- A.  $be^b = e^2$                                   B.  $a + b = 2$                                   C.  $e^b + \ln a = 2$                                   D.  $e^a + \ln b = 2$

12. 已知  $f(x) = e^x + e^{2-x}$ ，则不等式  $f(2x+1) > f(x)$  的解集为 ( )

- A.  $(\frac{1}{3}, 1)$                                   B.  $(-1, \frac{1}{3})$   
C.  $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$                                   D.  $(-\infty, -1) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知  $f(x) = \ln(x-1)$ ，则曲线  $y = f(x)$  在点  $(2, f(2))$  处的切线方程是

14. 抛物线有如下光学性质：过焦点的光线经抛物线反射后得到的光线平行于抛物线的对称轴；反之，平行于抛物线对称轴的入射光线经抛物线反射后必过抛物线的焦点。已知抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ ，一条平行于  $x$  轴的光线从点  $A(5, 4)$  射出，经过抛物线上的点  $B$  反射后，再经抛物线上的另一点  $C$  射出，则  $|BC| =$  \_\_\_\_\_。

15. 已知正项等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，若  $a_2 = 2$ ，且  $S_3 = 2a_3 - 1$ ，则  $S_n =$  \_\_\_\_\_。

16. 在三棱锥  $P-ABC$  中， $AB = PC = 2\sqrt{3}$ ， $BC = PA = 2$ ， $AP \perp PC$ ， $AB \perp BC$ ， $E, F, G, H, M, N$  分别为棱  $AB, PC, AC, PB, BC, PA$  的中点。现有以下 3 个结论：  
①三棱锥  $P-ABC$  的外接球表面积为  $16\pi$ ；②  $EF \perp MN$ ；③  $GH \perp$  平面  $EMFN$ 。

则其中正确结论的序号为 \_\_\_\_\_。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17—21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

中央电视台“国家品牌计划”栏目组为了做好新能源汽车的品牌推介，利用网络平台对年龄（单位：岁）在  $[20, 60]$  内的人群进行了调查，并从参与调查者中随机选出 600 人，把这 600 人分为对新能源汽车比较关注和不太关注两类，制成如下表格：

年龄		$[20, 30)$	$[30, 40)$	$[40, 50)$	$[50, 60]$
男性	人数	40	120	160	80
	比较关注人数	8	72	112	48
女性	人数	10	70	100	20
	比较关注人数	5	49	80	16

(1) 完成下面的列联表，并根据列联表判断能否在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为性别与对新能源汽车的关注有关；

	比较关注	不太关注	总计
男性			
女性			200
总计			

(2) 为了进一步了解年龄在  $[20, 30)$  内不同性别的消费者对新能源汽车的关注情况，采用分层抽样的方法选出 5 人进行访谈，最后从这 5 人中随机选出 2 人参与电视直播节目，求其中恰有一位男性参与电视直播节目的概率。

附：

$$K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

其中  $n = a + b + c + d$ .

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005
$k_0$	2.706	3.841	6.635	7.879

18. (12 分)

在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ，已知  $4a = 3b, B = 2A$ 。

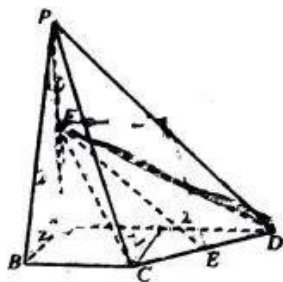
(1) 求  $\cos B$ ；

(2) 若  $a = 9$ ，求  $\triangle ABC$  的面积。

19. (12分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $AB \perp AD$ ,  $PA = AD = 4$ ,  $AB = BC = 2$ ,  $E, F$  分别为  $CD, PA$  的中点.

- (1) 证明:  $EF \parallel$  平面  $PBC$ ;  
(2) 求三棱锥  $P-CDF$  的体积.



20. (12分)

已知  $f(x) = x - \frac{a}{x+1} - (1+a)\ln(x+1)$ .

- (1) 当  $a = 2$  时, 求函数  $f(x)$  的单调区间;  
(2) 设  $g(x) = f(x) + \frac{a}{x+1} + 1$ , 若函数  $g(x)$  有两个零点, 求  $a$  的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左、右顶点分别为  $A_1, A_2$ , 点  $M(1, \frac{3}{2})$  在椭圆  $C$  上, 且  $\overline{MA_1} \cdot \overline{MA_2} = -\frac{3}{4}$ .

- (1) 求椭圆  $C$  的方程;  
(2) 设椭圆  $C$  的右焦点为  $F$ , 过点  $F$  斜率不为 0 的直线  $l$  交椭圆  $C$  于  $P, Q$  两点, 记直线  $MP$  与直线  $MQ$  的斜率分别为  $k_1, k_2$ , 当  $k_1 + k_2 = 0$  时, 求:  
① 直线  $l$  的方程; ②  $\triangle MPQ$  的面积.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 【选修 4—4: 坐标系与参数方程】(10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 圆  $C$  的圆心为点  $(2, 2)$ , 且半径长为 2, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数,  $0 \leq \alpha < \pi$ ), 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 求圆  $C$  的极坐标方程;  
(2) 已知直线  $l$  与圆  $C$  相交于  $M, N$  两点, 且  $|OM|^2 + |ON|^2 = 16$ , 求  $\alpha$ .

23. 【选修 4—5: 不等式选讲】(10分)

已知  $f(x) = 2|x+2| - |ax|$ .

- (1) 当  $a = 2$  时, 求不等式  $f(x) > 2$  的解集;  
(2) 若对任意  $x \in (-1, 1)$ , 不等式  $f(x) > x+1$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

