

高三文科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本试卷主要命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 8 \leq 0\}$, $B = \{-5, -2, 1, 4, 7\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{-2, -1, 1, 2, 4\}$ B. $\{-1, 1, 2\}$ C. $\{-2, -1, 1, 4\}$ D. $\{-2, 1, 4\}$
2. 设复数 z 满足 $z - 3\bar{z} = 3 + 4i$ (i 为虚数单位), 则 z 的虚部为
 A. -1 B. $-i$ C. 1 D. i
3. 已知直线 $l_1: ax - y + 1 = 0$, $l_2: ax + 4y + 2 = 0$, 则“ $a = 2$ ”是“ $l_1 \perp l_2$ ”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 函数 $f(x) = \cos x + 2\cos \frac{1}{2}x$ 的一个周期为
 A. π B. 2π C. 3π D. 4π
5. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y - 2 \leq 0, \\ x - 2y \geq 0, \\ y \geq -1, \end{cases}$ 则 $z = x + \frac{1}{2}y$ 的最小值为
 A. -2 B. $-\frac{5}{2}$ C. -3 D. $-\frac{7}{2}$
6. 若 $\cos(\frac{3\pi}{2} - \theta) = -\frac{1}{3}$, 则 $\sin \theta - \cos 2\theta =$
 A. $-\frac{10}{9}$ B. $-\frac{4}{9}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{10}{9}$
7. 已知点 $A(0, 2)$, $B(2, 0)$, C 是圆 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ 上异于 B 的一点, 若 A, B, C 三点共线, 则在线段 AB 上任取一点, 该点在线段 BC 上的概率为
 A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

【高三 8 月开学考·文科数学 第 1 页(共 4 页)】

8. 设函数 $f(x) = 1 - \frac{2 \cdot 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}}$, 则

- A. $y = x^3 + |f(x)|$ 是奇函数
C. $y = x^3 |f(x)|$ 是偶函数

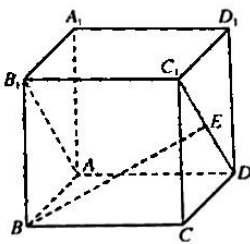
- B. $y = x^3 + |f(x)|$ 是偶函数
D. $y = x^3 |f(x)|$ 是奇函数

9. 若 $\ln a - \ln \frac{1}{b} = \ln 2(a+b)$, 则 $a+b$ 的最小值为

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

10. 在我国古代数学名著《九章算术·商功》中刘徽注解“邪解立方得二堑堵”. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中“邪解”得到一堑堵 $ABCDC_1B_1$, E 为 C_1D 的中点, 则异面直线 AB_1 与 BE 所成的角为

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$



11. 已知双曲线 C 的焦点为 $F_1(-2, 0)$, $F_2(2, 0)$, 点 A 在 C 上, 且关于原点 O 的对称点为 B , $|AB| = |F_1F_2|$, 四边形 AF_1BF_2 的面积为 6, 则双曲线 C 的方程为

- A. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ B. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$
C. $x^2 - y^2 = 2$ D. $\frac{y^2}{3} - x^2 = 1$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + (4a-1)x + 1, & x < 0, \\ x \ln x - ax^2, & x > 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上恰有三个极值点, 则实数 a 的取值范围是

- A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{4}, 1)$ C. $(-e, -\frac{1}{2})$ D. $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

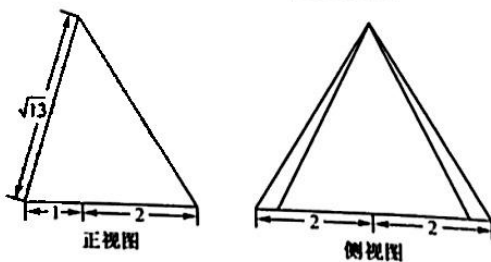
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 $a = (-4, 3)$, $b = (2, m)$, 若 $a \parallel 2b$, 则 $m =$ _____.

14. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{m} = 1$ 的长轴长为 4, 则 C 的焦距为 _____.

15. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $c^2 = b^2 + 2ab \cos C$, $\cos(A+B) = -\frac{1}{4}$, 则 $\frac{a}{b} =$ _____.

16. 已知某圆锥被一过该圆锥顶点的平面所截得到的几何体的正视图与侧视图如图所示, 若该圆锥的顶点与底面圆周都在球 O 的球面上, 则球 O 的表面积为 _____.



【高三 8 月开学考·文科数学】

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

某校组织了全体学生参加“建党 100 周年”知识竞赛, 从高一、高二年级各随机抽取 50 名学生的竞赛成绩(满分 100 分), 统计如下表:

分数段	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
高一年级	3	10	12	15	10
高二年级	4	6	10	18	12

- (1) 分别估计高一、高二年级竞赛成绩的平均值 \bar{x}_1 与 \bar{x}_2 (同一组中的数据以该组数据所在区间中点的值作代表);
- (2) 学校规定竞赛成绩不低于 80 分的为优秀, 根据所给数据, 完成下面的 2×2 列联表, 并判断是否有 90% 的把握认为竞赛成绩优秀与年级有关?

	非优秀	优秀	合计
高一年级			
高二年级			
合计			100

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

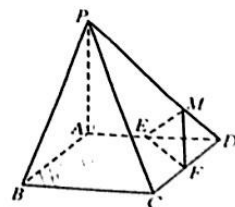
$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.01
k_0	2.072	2.706	3.841	6.635

18. (12 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle ABC=60^\circ$, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, E, F 分别是 AD, CD 的中点, M 为 PD 上一点, 且 $PM=3MD$.

(1) 证明: $PB \parallel$ 平面 EFM ;

(2) 若 $PA=AB$, 三棱锥 $M-DEF$ 的体积为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 求 PD .



19. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $3a_{n+1} = a_n$, 数列 $\{b_n\}$ 是公差为 1 的等差数列, 且 $a_1 b_2 = a_2 b_1 = 1$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- (2) 求数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

20. (12分)

在直角坐标系 xOy 中, 已知定点 $F(0, 1)$, 定直线 $l: y = -3$, 动点 M 到直线 l 的距离比动点 M 到点 F 的距离大 2. 记动点 M 的轨迹为曲线 C .

- (1) 求 C 的方程, 并说明 C 是什么曲线?
- (2) 设 $P(2, y_0)$ 在 C 上, 不过点 P 的动直线 l_1 与 C 交于 A, B 两点, 若 $\angle APB = 90^\circ$, 证明: 直线 l_1 恒过定点.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = x(me^x - 1)$.

- (1) 当 $m = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的图象在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
- (2) 若 $x > 0$ 时, $f(x) \geq x^2 - 2x$, 求实数 m 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的倾斜角为 α 且过点 $M(1, 1)$. 以原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2$.

- (1) 写出直线 l 的参数方程和曲线 C 的直角坐标方程;
- (2) 若直线 l 与曲线 C 交于不同的两点 A, B , 求 $||AM| - |MB||$ 的最大值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |2x - a| + 2|x + 1|$.

- (1) 当 $a = 2$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 5$ 的解集;
- (2) 若存在 $x \in \mathbb{R}$, 使得 $f(x) \leq 2a + 1$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

