沧州市2023届高三年级调研性模拟考试

数学参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	C	A	D	B	B	D	AD	ACD	AD	BCD

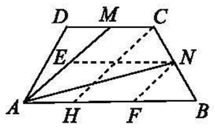
1. B　**解析**:由题可知,$A=(-1,+\infty)$,$B=(-\infty,-2]\cup[4,+\infty)$,则$A\cap B=[4,+\infty)$,故选B.

[命题意图] 该题考查函数定义域、一元二次不等式及集合交集运算,是高考必考内容,数学素养方面主要考查知识的迁移与数学运算.

2. A　**解析**:$z=\frac{2+3\mathrm{i}}{a+\mathrm{i}}=\frac{(2+3\mathrm{i})(a-\mathrm{i})}{a^2+1}=\frac{2a+3+(3a-2)\mathrm{i}}{a^2+1}$,$\therefore(2a+3)(3a-2)<0$,$-\frac{3}{2}<a<\frac{2}{3}$,故选A.

[命题意图] 该题考查复数的运算以及简单一元二次不等式的解法,是高考必考内容,数学素养方面考查简单数形结合及数学运算.

3. C　**解析**:如图,过N作$NE/\!/AB$交AM于E,$\therefore E$是AM的中点.分别过C,N作$CH/\!/AM$,$NF/\!/AM$,交AB于H,F,显然$AF=\frac{5}{8}AB$,$NF=\frac{1}{2}AM$,故选C.



[命题意图] 该题考查向量加法的几何意义以及平行线的性质,是高考热点,数学素养方面主要考查数形结合与逻辑推理.

4. A　**解析**:s有2个,t有3个,5个字母看成不同时的排列为A_5^5,故其排列个数为$\frac{A_5^5}{A_2^2A_3^3}=10$,故选A.

[命题意图] 该题考查排列组合中重复排列问题,是高考的常考点之一,数学素养方面主要考查运算思想及分类思想.

5. D　**解析**:由已知得$\frac{\pi}{6}\omega+\frac{3\pi}{4}=k\pi(k\in\mathbf{Z})$,即$\omega=6k-\frac{9}{2}(k\in\mathbf{Z})$,当$k=1$时,$\omega$最小,为$\frac{3}{2}$,$T$最大.此时$f(x)=\cos\left(\frac{3}{2}x+\frac{3\pi}{4}\right)$,其对称中心的横坐标为$x=\frac{2}{3}k\pi-\frac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$,当$k=0$时,距离原点最近,故选D.

[命题意图] 该试题考查三角函数的图象与性质,为高考必考点,涉及对称轴、对称中心、周期以及两点间的距离等,数学素养方面主要考查最值思想和数形结合.

6. B　**解析**:将点P的坐标代入抛物线中,解得$p=1$,$\therefore P(2,2)$,OP的斜率为1,其中点为$(1,1)$,则OP的垂直平分线方程为$y-1=-(x-1)$,即$x+y-2=0$,OF的垂直平分线方程为$x=\frac{1}{4}$,故$M\left(\frac{1}{4},\frac{7}{4}\right)$,故选B.

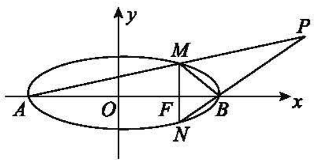
[命题意图] 该试题考查抛物线的性质,点斜式方程、直线的垂直等问题,数学素养方面主要考查方程思想与综合思想.

7. B　**解析**:令$x=y=1$,则$f(1)=2f(1)-\frac{1}{2}$,即$f(1)=\frac{1}{2}$;令$x=2$,$y=\frac{1}{2}$,则$f(1)=f(2)+f\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}$,又$f\left(\frac{1}{2}\right)=0$,则$f(2)=1$.不妨取任意正数$x_2>x_1>0$,$f(x_2)-f(x_1)=f\left(\frac{x_2}{x_1}\cdot x_1\right)-f(x_1)=f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)+$

$f(x_1)-\frac{1}{2}-f(x_1)=f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=f\left(\frac{x_2}{2x_1}\right)$. $\because \frac{x_2}{2x_1}>\frac{1}{2}$，$\therefore f\left(\frac{x_2}{2x_1}\right)>0$，即 $f(x_2)>f(x_1)$，$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增. 又 $f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，故 $f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递增. 令$x=y=\frac{1}{2}$，则 $f\left(\frac{1}{4}\right)=2f\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$；令 $x=\frac{1}{2}$，$y=\frac{1}{4}$，则 $f\left(\frac{1}{8}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2}=-1$，$\therefore f\left(-\frac{1}{8}\right)=-f\left(\frac{1}{8}\right)=1$. $e^{f(x)-1}>1=e^0$，即 $f(x)>1$，结合函数单调性可以判断$x>2$或$-\frac{1}{8}<x<0$，故选 B.

[命题意图] 该试题考查赋值法，抽象函数单调性的判断，考查学生分析问题、解决问题的能力，数学素养方面考查数学抽象与数据分析.

8. D　**解析**：设 $P(x_0,y_0)$，P,M,A 共线，P,B,N 共线，点 P 在双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$上，即$\frac{y_0}{x_0-a}\cdot\frac{y_0}{x_0+a}=\frac{b^2}{a^2}$，这表明 $k_{PA}\cdot k_{PB}=\frac{b^2}{a^2}$①，同理可知 $k_{MA}\cdot k_{MB}=-\frac{b^2}{a^2}$，即 $k_{PA}\cdot k_{MB}=-\frac{b^2}{a^2}$②，由①②可知，$k_{MB}=-k_{PB}=-k_{BN}$，因此，直线 MB 与 NB 关于 x 轴对称，又椭圆也关于 x 轴对称，且 M,N 过焦点 F，即 $MN\perp x$ 轴，又 $\tan\angle AMF=\frac{a+c}{\frac{b^2}{a}}$（$c$ 为椭圆的半焦距），$\tan\angle BMF=\frac{a-c}{\frac{b^2}{a}}$，$-3=\tan\angle AMB=\frac{\tan\angle AMF+\tan\angle BMF}{1-\tan\angle AMF\cdot\tan\angle BMF}$，$\therefore\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{3}$，$\therefore$双曲线的离心率为$\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{1}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，故选 D.



[命题意图] 该试题考查椭圆与双曲线的定义与性质，是高考常考点，数学素养方面考查方程思想与数形结合思想.

9. AD　**解析**：显然 A 正确；对于 B，$P(AB)=0$，显然 $P(A)P(B)\neq P(AB)$，故 B 不正确；对于 C，$P(A)=\frac{C_3^2+C_n^2}{C_{n+3}^2}$，$P(B)=\frac{C_3^1C_n^1}{C_{n+3}^2}$，由 $P(A)=P(B)$，解得 $n=6$，故 C 不正确；对于 D，由 C 知，$n=6$，$P(C)=\frac{C_3^1C_6^1+C_3^2C_6^0}{C_9^2}=\frac{7}{12}$，故 D 正确，故选 AD.

[命题意图] 该试题考查对立事件、独立事件的定义，用组合知识解决古典概型问题，数学素养方面主要考查方程思想和运算能力.

10. ACD　**解析**：取连接直三棱柱上、下底面三角形外心线段的中点 O，则 O 到各个顶点的距离相等，$\therefore O$ 即为外接球球心，A 正确；对于 B，直三棱柱若有内切球，其高等于直径，底面内切圆半径等于内切球半径，显然 B 不正确；对于 C，底面正三角形的高为 3，底面边长为 $2\sqrt{3}$，正三棱柱的高等于 2，其体积为 $6\sqrt{3}$，C 正确；对于 D，外接球球心为该侧面的中心，其到底面三角形各顶点距离相等，其在底面上的射影到三个顶点的距离也相等，故 D 正确，故选 ACD.

[命题意图] 该试题考查几何体的内切球、外接球、射影以及直角三角形的性质等问题，数学素养方面主要考查直观想象.

11. AD　**解析**：当 M 的坐标为$(2,2)$时，PQ：$x+y=2$，$l/\!/PQ$，A 正确. 当 M 的坐标为$(2,2)$时，$OM\perp l$，此时$\angle PMQ=90°$最大，B 不正确；对于 C，设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，$\therefore PM$：$x_1x+y_1y=4$，QM：$x_2x+y_2y=4$，代入 $M(1,3)$，即为 $x_1+3y_1=4$，$x_2+3y_2=4$，$\therefore$过 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$的直线为 $x+3y=4$，即 $x+3y-$

$4=0$,C 不正确;对于 D,设 $M(x_0,y_0)$,由 C 选项知 $PQ:x_0x+y_0y=4$,$OM:x_0y-y_0x=0$,解得 $x_0=\frac{4x}{x^2+y^2}$,$y_0=\frac{4y}{x^2+y^2}$,代入 $x_0+y_0=4$ 中,整理得点 N 的轨迹方程为 $x^2+y^2-x-y=0$(去掉原点),其半径为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$,∴点 N 的轨迹长度是 $\sqrt{2}\pi$,D 正确,故选 AD.

[命题意图] 该试题考查直线与圆的位置关系,圆的切线,轨迹等问题,是近两年高考的热点,数学素养方面主要考查代换思想、变换主元等.

12. BCD　**解析:**∵$f'(x)=a(x+1)e^x$,当 $a<0$ 时,$f(x)$ 有极大值,故 A 不正确;对于 B,$g'(x)=\frac{2-a-2\ln x}{x^2}$,当 $x\in(0,e^{\frac{2-a}{2}})$ 时,$g'(x)>0$,$g(x)$ 单调递增;当 $x\in(e^{\frac{2-a}{2}},+\infty)$ 时,$g'(x)<0$,$g(x)$ 单调递减,∴$g(x)$ 有极大值,故 B 正确;由 $f(x)\geqslant g(x)$,得 $ax^2e^x\geqslant\ln x^2+\ln e^x+a$,即 $a(x^2e^x-1)\geqslant\ln(x^2e^x)$,设 $t=x^2e^x>0$,∴$a(t-1)\geqslant\ln t$,∵$H(t)=a(t-1)-\ln t$ 有零点 1,∴$y=a(t-1)$ 是曲线 $y=\ln t$ 的切线,∴$a=1$,C 正确;由 C 知,当 $a>1$ 时,$a(t-1)=\ln t$ 有小于 1 的根,结合 $t=x^2e^x$,$x>0$ 的图象,可知 $h(x)=f(x)-g(x)$ 的零点有两个,同理,分析 $0<a<1$,$h(x)$ 有两个零点,$a=1$ 或 $a\leqslant0$ 时,$h(x)$ 有 1 个零点,故 D 正确,故选 BCD.

[命题意图] 该试题考查函数的极值、函数的零点、函数图象的切线等问题,其中穿插了函数的同构,是高考的热点,数学素养方面主要考查数形结合、同构化归、分析综合等.

13. 510　**解析:**由已知得 $S_3,S_6-S_3,S_9-S_6,\cdots,S_{24}-S_{21}$ 是等比数列,且 S_{24} 是该等比数列的前 8 项和,∴$S_{24}=\frac{2(1-2^8)}{1-2}=510$.

[命题意图] 该试题考查等比数列的前 n 项和及其性质的灵活应用,是高考热点之一,数学素养方面主要考查化归思想和运算能力.

14. $\frac{1}{3}$　**解析:**∵$\tan\theta=\sqrt{2}$,∴$\sin^2\theta=\frac{2}{3}$,$\sin 3\theta=\sin(\theta+2\theta)=3\sin\theta-4\sin^3\theta$,$\frac{\sin 3\theta}{\sin\theta}=3-4\sin^2\theta=3-4\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$.

[命题意图] 该试题考查三角函数的和差公式、二倍角公式、三倍角公式、同角三角函数关系,是高考常考点,数学素养方面主要考查创新思想和化归思维.

15. $\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$　**解析:**∵$AD=DC=BC=\frac{1}{2}AB$,∴$\angle DAB=60°$,点 A 到平面 CEF 的距离即为 AD 与 O_1C 的距离,即点 O_1 到 AD 的距离等于 $\sqrt{3}$,∴$AO_1=2$,$DC=AD=2$,则 $O_1O_2=\sqrt{3}$,$V=\frac{\pi}{3}(1^2+2^2+1\times2)\times\sqrt{3}=\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$.

[命题意图] 该试题考查线面垂直、点到平面的距离、台体的体积公式等问题,是高考热点题目,数学素养方面主要考查转化思想与辩证思维.

16. $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$　**解析:**由题意可得,$g(x)=ax+\frac{b}{2}\sin 2x+\frac{c}{2}\cos 2x=ax+\frac{\sqrt{b^2+c^2}}{2}\sin(2x+\varphi)$.于是,$g'(x)=a+\sqrt{b^2+c^2}\cos(2x+\varphi)=a+\cos(2x+\varphi)$.设切点分别为 $P_1(x_1,y_1)$,$P_2(x_2,y_2)$,则由函数 $y=g(x)$ 具有 T 性质,可得 $g'(x_1)g'(x_2)=-1$,即 $[a+\cos(2x_1+\varphi)][a+\cos(2x_2+\varphi)]=-1$,整理得 $a^2+[\cos(2x_1+\varphi)+\cos(2x_2+\varphi)]a+\cos(2x_1+\varphi)\cos(2x_2+\varphi)+1=0$,将上式视为关于 a 的方程,则其判别式 $\Delta=[\cos(2x_1+\varphi)+\cos(2x_2+\varphi)]^2-4[\cos(2x_1+\varphi)\cos(2x_2+\varphi)+1]\geqslant0$,即 $\Delta=[\cos(2x_1+\varphi)-\cos(2x_2+\varphi)]^2-4\geqslant0$,注意到 $-1\leqslant\cos(2x_1+\varphi)\leqslant1$,$-1\leqslant\cos(2x_2+\varphi)\leqslant1$,则 $-2\leqslant\cos(2x_1+\varphi)-$

$\cos(2x_2+\varphi)\leqslant 2$，故 $\Delta=[\cos(2x_1+\varphi)-\cos(2x_2+\varphi)]^2-4=0$，此时 $\begin{cases}\cos(2x_1+\varphi)=-1,\\ \cos(2x_2+\varphi)=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\cos(2x_1+\varphi)=1,\\ \cos(2x_2+\varphi)=-1.\end{cases}$ 代入方程可得 $a^2=0$，因此，$a=0$. 另一方面，由 $b^2+c^2=1$，可设 $b=\cos\theta,c=\sin\theta$，其中 $\theta\in\mathbf{R}$，则 $|b+c|=|\cos\theta+\sin\theta|=\left|\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)\right|\leqslant\sqrt{2}$，即 $-\sqrt{2}\leqslant b+c\leqslant\sqrt{2}$. 因此，$a+b+c\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$.

[命题意图] 本题考查数学阅读理解与逻辑推理能力，考查导数的几何意义及直线的垂直的判定，考查学生灵活运用所学知识解决问题的能力和逻辑推理素养.

17. **解**：(1)零假设为 H_0：物理方向的研究生专利代理方向就业意向与性别没有关联，

$\chi^2=\dfrac{330(105\times90-75\times60)^2}{165\times165\times180\times150}=11>10.828$，…………（3 分）

∴根据 $\alpha=0.001$ 的独立性检验，可以推断 H_0 不成立，

∴物理方向的研究生专利代理方向就业意向与性别有关联. …………（4 分）

(2)由分层随机抽样可知，抽取的喜欢专利代理的男生有 2 人，不喜欢专利代理的男生有 3 人.

X 可取 0,1,2，…………（5 分）

$P(X=0)=\dfrac{C_3^3}{C_5^3}=\dfrac{1}{10}$，$P(X=1)=\dfrac{C_2^1C_3^2}{C_5^3}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$，$P(X=2)=\dfrac{C_2^2C_3^1}{C_5^3}=\dfrac{3}{10}$，…………（8 分）

∴X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

…………（9 分）

数学期望 $E(X)=0\times\dfrac{1}{10}+1\times\dfrac{3}{5}+2\times\dfrac{3}{10}=\dfrac{6}{5}$. …………（10 分）

[命题意图] 该试题考查相关变量之间的关系以及 2×2 列联表、超几何分布及其期望等问题，是高考常考点，数学素养方面主要考查运算能力.

18. **解**：(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，由已知得$(a_2-1)^2=a_1(a_3-1)$，

即$(a_1+d-1)^2=a_1(a_1+2d-1)$，…………（2 分）

又 $a_1+5d=11$，解得 $d=2$(舍负)，$a_1=1$，…………（4 分）

∴$a_n=2n-1$. …………（5 分）

(2)$S_n=\dfrac{n(1+2n-1)}{2}=n^2$，…………（7 分）

∴$b_n=\dfrac{a_{n+1}}{S_{2n-1}\cdot S_{2n+3}}=\dfrac{2n+1}{(2n-1)^2(2n+3)^2}=\dfrac{1}{8}\left[\dfrac{1}{(2n-1)^2}-\dfrac{1}{(2n+3)^2}\right]$，…………（9 分）

∴$b_1+b_2+\cdots+b_n=\dfrac{1}{8}\left[1-\dfrac{1}{5^2}+\dfrac{1}{3^2}-\dfrac{1}{7^2}+\dfrac{1}{5^2}-\dfrac{1}{9^2}+\cdots+\dfrac{1}{(2n-3)^2}-\dfrac{1}{(2n+1)^2}+\dfrac{1}{(2n-1)^2}-\dfrac{1}{(2n+3)^2}\right]$

…………（10 分）

$=\dfrac{1}{8}\left[1+\dfrac{1}{3^2}-\dfrac{1}{(2n+1)^2}-\dfrac{1}{(2n+3)^2}\right]$ …………（11 分）

$<\dfrac{1}{8}\times\dfrac{10}{9}=\dfrac{5}{36}$. …………（12 分）

[命题意图] 该题主要考查等差数列及其求和、等比数列及其性质、裂项求和的灵活应用等，是高考热点问题. 该试题从全新的角度进行了裂项的考查，数学素养方面主要考查创新思维、延伸思维等.

19. **解**:(1)由余弦定理 $c^2=9=a^2+b^2-2ab\cos C\geqslant 2ab+ab=3ab$，$\therefore ab\leqslant 3$， ……………………… (2 分)

$\therefore S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}ab\leqslant\frac{3\sqrt{3}}{4}$，当且仅当 $a=b=\sqrt{3}$ 时，等号成立，……………………… (5 分)

$\therefore\triangle ABC$ 面积的最大值为$\frac{3\sqrt{3}}{4}$. ……………………… (6 分)

(2)$\cos B=\frac{1}{a}=\frac{3}{3a}=\frac{c}{3a}$，由正弦定理得 $\sin C=3\sin A\cos B$，……………………… (8 分)

$\because\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$，$\therefore 2\sin A\cos B=\cos A\sin B$， ……………… (10 分)

即 $\tan B=2\tan A$，$\therefore\frac{\tan B}{\tan A}=2$. ……………………… (12 分)

[命题意图] 该试题主要考查正弦定理、余弦定理、两角和差公式、同角正切公式等，是高考必考点，其中将数代换成字母也是本题亮点，在前几年的高考中，曾经惊鸿一现. 数学素养方面主要考查运算能力、发散思维、创新思维等.

20. **解**:(1)连接 AC 交 BD 于 H，连接 MH. $\because PA/\!/$平面 BDM，$\therefore PA/\!/MH$， ……………………… (1 分)

$\therefore\frac{PM}{MC}=\frac{AH}{HC}=\frac{AB}{DC}$. ……………………… (2 分)

$\because AB\perp AD$，$AB/\!/DC$，$AB=1$，$AD=2$，$BC=2\sqrt{2}$，

过 B 点作 $BE\perp DC$，垂足为 E，$CE=2$，$\therefore DC=3$， ……………………… (3 分)

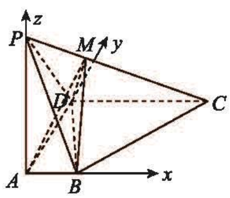
$\therefore\frac{PM}{MC}=\frac{AB}{DC}=\frac{1}{3}$. ……………………… (4 分)

(2)建立如图所示的空间直角坐标系，则 $A(0,0,0)$，$D(0,2,0)$，$B(1,0,0)$，$C(3,2,0)$，$P(0,0,4)$，

$M\left(\frac{3}{4},\frac{1}{2},3\right)$，……………………… (5 分)

$\overrightarrow{AD}=(0,2,0)$，$\overrightarrow{AM}=\left(\frac{3}{4},\frac{1}{2},3\right)$，设平面 ADM 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，

由$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AD}=0,\\\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AM}=0,\end{cases}$取 $\boldsymbol{m}=(4,0,-1)$. ……………………… (7 分)



$\overrightarrow{BD}=(-1,2,0)$，$\overrightarrow{BM}=\left(-\frac{1}{4},\frac{1}{2},3\right)$，设平面 BDM 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(a,b,c)$，

由$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\\\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BM}=0,\end{cases}$取 $\boldsymbol{n}=(2,1,0)$， ……………………… (9 分)

$\therefore\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\frac{8\sqrt{85}}{85}$， ……………………… (11 分)

$\therefore$平面 ADM 与平面 BDM 夹角的余弦值为$\frac{8\sqrt{85}}{85}$. ……………………… (12 分)

[命题意图] 该试题考查线面平行的性质定理、三角形相似、空间向量的计算等问题，是高考必考点，数学素养方面主要考查数形结合、逻辑推理等.

21. **解**：(1)函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$. 由题意，$f'(x)=\frac{1}{x}-a=\frac{1-ax}{x}$. ………………………… (1分)

当 $a\leqslant 0$ 时，$f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，不合题意； ………………………… (2分)

当 $a>0$ 时，由 $f'(x)>0$ 得 $0<x<\frac{1}{a}$，所以函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{a}\right)$ 上单调递增，在 $\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$ 上单调递减.

又函数 $y=f(x)$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上单调递减，所以，$\frac{1}{a}\leqslant 1$，即 $a\geqslant 1$.

因此，实数 a 的取值范围是 $[1,+\infty)$. ………………………………………………………… (4分)

(2)由题意 $f(x)+2=\ln x-ax+1=0$，于是 $\begin{cases}\ln x_1+1=ax_1,\\ \ln x_2+1=ax_2,\end{cases}$ 令 $\frac{x_2}{x_1}=t$，则由 $x_2>2x_1$ 可得，$t>2$.

于是 $t=\frac{x_2}{x_1}=\frac{\ln x_2+1}{\ln x_1+1}=\frac{\ln t+\ln x_1+1}{\ln x_1+1}$，即 $\ln x_1=\frac{\ln t}{t-1}-1$.

从而 $\ln x_2=\ln t+\ln x_1=\frac{t\ln t}{t-1}-1$. ………………………………………………………… (6分)

另一方面，对 $x_1x_2^2>\frac{32}{e^3}$ 两端分别取自然对数，则有 $\ln x_1+2\ln x_2>5\ln 2-3$，

于是，即证 $\frac{\ln t}{t-1}+\frac{2t\ln t}{t-1}-3>5\ln 2-3$，即 $\frac{(1+2t)\ln t}{t-1}>5\ln 2$，其中 $t>2$. ………………………… (8分)

设 $g(t)=\frac{(1+2t)\ln t}{t-1}$，$t>2$.

则 $g'(t)=\frac{\left(2\ln t+\frac{1+2t}{t}\right)(t-1)-(1+2t)\ln t}{(t-1)^2}=\frac{-3\ln t+2t-1-\frac{1}{t}}{(t-1)^2}$， ………………………… (9分)

设 $\varphi(t)=-3\ln t+2t-1-\frac{1}{t}$，$t>2$，

则 $\varphi'(t)=\frac{-3}{t}+2+\frac{1}{t^2}=\frac{2t^2-3t+1}{t^2}=\frac{(2t-1)(t-1)}{t^2}>0$ 在 $(2,+\infty)$ 上恒成立，

于是，$\varphi(t)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，从而 $\varphi(t)>\varphi(2)=-3\ln 2+4-\frac{1}{2}-1=\frac{5}{2}-3\ln 2>0$. … (11分)

所以，$g'(t)>0$，即函数 $g(t)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，于是 $g(t)>g(2)=5\ln 2$.

因此，$x_1x_2^2>\frac{32}{e^3}$，即原不等式成立. ………………………………………………………… (12分)

[命题意图] 本题考查函数的极值、零点，以及导数在研究函数性质的应用，考查双变量不等式的证明，考查学生恒等变形能力、逻辑推理能力和数学运算素养.

22. **解**：(1)由题意得 $Q_1(x,-y)$，$k_{AQ}=\frac{y}{x+2}$，$k_{BQ_1}=\frac{-y}{x-2}$，$\therefore \frac{y}{x+2}\cdot\frac{-y}{x-2}=-\frac{1}{4}$， ………………… (2分)

整理得曲线 C：$\frac{x^2}{4}-y^2=1(x\neq\pm 2)$. ………………………………………………………… (4分)

(2)设 $P(1,y_0)$，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，若直线 MN 平行于 x 轴，根据双曲线的对称性，可知点 P 在 y 轴上，不符合题意，故设 MN：$x=ty+m$，代入曲线 C 中，得 $(t^2-4)y^2+2tmy+m^2-4=0$，则 $y_1+y_2=\frac{-2tm}{t^2-4}$，$y_1y_2=\frac{m^2-4}{t^2-4}$，$\therefore 2ty_1y_2=-\frac{m^2-4}{m}(y_1+y_2)$. ……………………………………… (6分)

由 P,A,M 三点共线得 $k_{PA}=k_{MA}$，即 $\frac{y_0}{3}=\frac{y_1}{x_1+2}$，同理，由 P,B,N 三点共线得 $-y_0=\frac{y_2}{x_2-2}$，…………
………………………………………………………………………………………… (7分)

消去 y_0，得 $y_2(x_1+2)+3y_1(x_2-2)=0$，即 $4ty_1y_2+3(m-2)y_1+(m+2)y_2=0$，

$-\dfrac{2(m^2-4)}{m}(y_1+y_2)+3(m-2)y_1+(m+2)y_2=0$，$(m-2)(m-4)y_1-(m+2)(m-4)y_2=0$，

$\therefore m=4$. ……………………………………………………………………………………………… (8 分)

$\therefore$ 直线 MN：$x=ty+4$ 恒过点 $H(4,0)$，则点 D 的轨迹是以 HB 为直径的圆，其方程为 $(x-3)^2+y^2=1$，

…………………………………………………………………………………………………… (10 分)

当 D 与 H 重合时，$|AD|$ 最大，此时 $MN\perp x$ 轴，AM：$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{6}(x+2)$，$P\left(1,\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

$\therefore$ 当 $|AD|$ 最大时，点 P 的纵坐标为 $\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. ……………………………………………………… (12 分)

[命题意图] 该试题主要考查双曲线及其性质、直线与圆锥曲线、韦达定理、以及韦达不对称等问题的处理、轨迹问题、最值问题等. 该题作为压轴试题，利用韦达不对称问题，从隐含的过顶点问题过渡到轨迹中的最值问题，数学素养方面主要考查创新思维.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。