2023年哈三中高三学年
第五次高考模拟考试数学试卷

考试时间：120分钟　试卷满分：150分

注意事项：

1．答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、座位号填写在答题卡上．

2．作答时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

一、 选择题（共60分）

（一）单项选择题（共8小题，每小题5分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．集合 $A=\{x\in\mathbf{N}\,|\,y=\lg(4-x)\}$ 中元素的个数为

A．2个　　B．3个　　C．4个　　D．5个

2．已知 $a<b<0$，则下列不等式恒成立的是

A．$e^{a-b}>1$　　B．$\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}>2$　　C．$ac^2<bc^2$　　D．$\ln(b-a)>0$

3．已知焦点在 x 轴上的双曲线，其中一条渐近线方程为 $y=2x$，则双曲线的离心率为

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

4．在平面直角坐标系中，向量 $\overrightarrow{PA}=(1,4)$，$\overrightarrow{PB}=(2,3)$，$\overrightarrow{PC}=(x,1)$，若 A，B，C 三点共线，则 x 的值为

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

5．下列说法不正确的是

A．甲、乙、丙三种个体按 3∶1∶2 的比例分层抽样调查，若抽取的甲种个体数为9，则样本容量为18

B．设一组样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的方差为2，则数据 $4x_1,4x_2,\cdots,4x_n$ 的方差为32

C．在一个 2×2 列联表中，计算得到 χ^2 的值，则 χ^2 的值越接近1，可以判断两个变量相关的把握性越大

D．已知随机变量 $\xi\sim N(2,\sigma^2)$，且 $P(\xi<4)=0.8$，则 $P(0<\xi<4)=0.6$

6. 我国历史文化悠久，“爰”铜方彝是商代后期的一件文物，其盖似四阿式屋顶，盖为子口，器为母口，器口成长方形，平沿，器身自口部向下略内收，平底、长方形足、器内底中部及盖内均铸一“爰”字.通高 24cm，口长 13.5cm，口宽 12cm，底长 12.5cm，底宽 10.5cm. 现估算其体积，上部分可以看作四棱锥，高约 8cm，下部分看作台体，则该文物的体积约为（参考数据：$\sqrt{131.25}\approx 11.5$，$\sqrt{162}\approx 12.7$）

A. 2774.9cm^3

B. 871.3cm^3

C. 1735.3cm^3

D. 7460.8cm^3

7. 已知 $z_1=2-2i$，$|z_2-i|=1$，则 $|z_2-z_1|$ 的最大值为

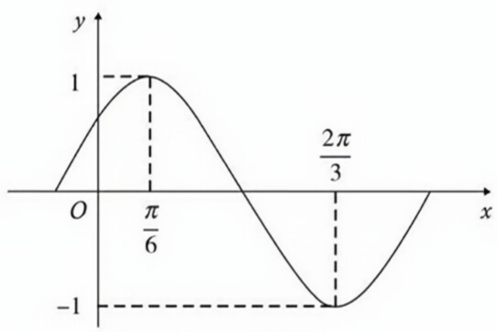
A. $2\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{5}+1$　　D. $\sqrt{13}+1$

8. 已知函数 $f(x)=\ln(x+1)$，$g(x)=\ln(e^2x)$，若直线 $y=kx+b$ 为 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的公切线，则 b 等于

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $1-\ln 2$　　C. $2-\ln 2$　　D. $-\ln 2$

（二）多项选择题（共 4 小题，每小题 5 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则下列关于函数 $f(x)$ 的说法正确的是



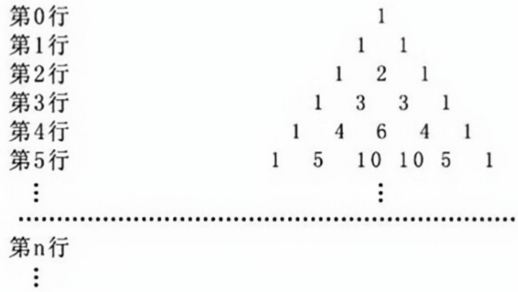
A. $f(x)$ 的最小正周期为 π

B. $f(x)$ 的图象关于 $(\frac{7\pi}{12},0)$ 中心对称

C. $f(x)$ 在 $\left[-\dfrac{7\pi}{12},-\dfrac{\pi}{6}\right]$ 上单调递减

D. 把 $f(x)$ 的图像向右平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到一个奇函数的图象

10．“杨辉三角”是二项式系数在三角形中的一种几何排列，在中国南宋数学家杨辉 1261 年所著的《详解九章算法》一书中就有出现.如图所示，在“杨辉三角”中，除每行两边的数都是 1 外，其余每个数都是其“肩上”的两个数之和，例如第 4 行的 6 为第 3 行中两个 3 的和.则下列命题中正确的是



A．在第 10 行中第 5 个数最大

B．$C_2^2+C_3^2+C_4^2+\cdots+C_8^2=84$

C．第 8 行中第 4 个数与第 5 个数之比为 $4:5$

D．在杨辉三角中，第 n 行的所有数字之和为 2^{n-1}

11．已知平面内动点 $T(x,y)$ 满足到定点 $F(0,1)$ 的距离和到定直线 $l:y=-1$ 的距离相等，动点 $T(x,y)$ 的轨迹为曲线 E，则下列说法正确的有

A．曲线 E 的方程为 $x^2=4y$

B．两条直线 $y=kx$ 和 $y=-kx$ 分别交曲线 E 不同于原点的 C、D 两点，若直线 CD 过点 $(0,1)$，则 $k=2$

C．过点 F 的直线与曲线 E 交于不同的两点 A、B，直线 OA 与直线 l 交于点 G，则直线 GB 平行于 y 轴

D．点 $M(x_0,y_0)$ 为曲线 E 上定点，其关于 y 轴对称点为点 N，则对于曲线 E 上异于 M、N 的任一点 T，都有直线 NT 与直线 MT 的斜率之差为定值

12．定义在 $[0,+\infty)$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+6)=f(x)$，且 $f(x)=\begin{cases}|\ln(2-x)| & (0\le x<2)\\ \sin\pi x & (2\le x\le 3)\end{cases}$ $\forall x\in[0,3]$ 都有 $f(6-x)+f(x)=0$，若方程 $f(x)=a\ (a\in R)$ 的解构成单调递增数列 $\{x_n\}$，则下列说法中正确的是

A．$f(2023)=0$

B．若数列 $\{x_n\}$ 为等差数列，则公差为 6

C．若 $2(x_1+x_2)=x_1x_2+3$，则 $0<a<\ln 2$

D．若 $-1<a<\ln\frac{1}{2}$，则 $\sum_{i=1}^{n}(x_{3i-2}+x_{3i-1})=6n^2+n$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．已知θ为钝角，$\cos2\theta-\sin2\theta=\cos^2\theta$，则$\cos\theta$的值为__________.

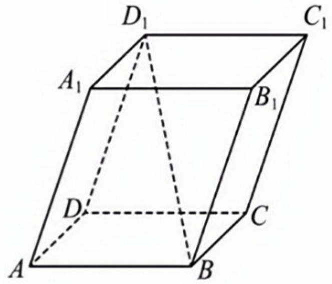
14．已知函数$f(x)=x^{2023}+x^3+2023$的导函数为$f'(x)$，则

$f(2023)+f(-2023)+f'(2023)-f'(-2023)=$__________.

15．如图，平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AD=BD=AA_1=1$，

$AD\perp BD$，$\angle A_1AB=45^\circ$，$\angle A_1AD=60^\circ$，

则线段BD_1的长为__________.



16．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=a(a>0)$，$a_2=1$，$a_{n+2}=\frac{3\max\{a_{n+1},3\}}{a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$，定义$\max\{x,y\}$表示实数$x,y$中的较大的数，若$a_{81}=2$，则实数$a=$________，记数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，则$S_{100}$的值为________.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．（本小题满分 10 分）

已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{2}{3}$，且$a_{n+1}=\frac{2a_n}{a_n+1}$.

（1）求证：数列$\left\{\frac{1}{a_n}-1\right\}$是等比数列；

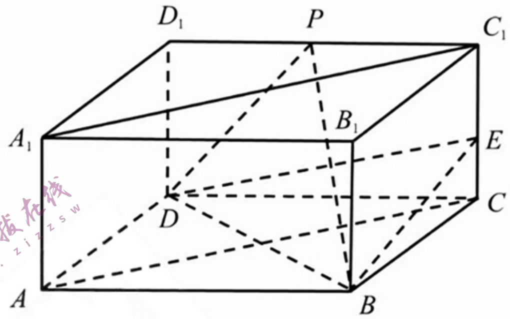
（2）若$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}<100$，求满足条件的最大整数$n$.

18．（本小题满分 12 分）

在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2CC_1$，点 P 为棱 C_1D_1 上任意一点.

（1）求证：平面 $AA_1C_1C\perp$ 平面 BDP；

（2）若点 E 为棱 CC_1 上靠近点 C 的三等分点，求点 P 在棱 C_1D_1 上什么位置时，平面 BDE 与平面 PBD 夹角的余弦值为 $\frac{6\sqrt{2}}{19}$.



19．（本小题满分 12 分）

在ΔABC中，角A,B,C的对边分别为a,b,c,已知$b^2=a^2-2c^2$.

（1）求$\dfrac{\tan A}{\tan B}$的值；

（2）求$\tan C$的最大值.

20．（本小题满分 12 分）

有 3 台车床加工同一型号的零件，第 1 台加工的次品率为 6%，第 2，3 台加工的次品率均为 5%，加工出来的零件混放在一起，已知第 1，2，3 台车床加工的零件数分别占总数的 25%，30%，45%.

（1）任取一个零件，计算它是次品的概率；

（2）如果取到的零件是次品，计算它是第 1 台车床所加工的概率（结果用分数表示）；

（3）参照第（2）问给出判断，求第 1，2，3 台车床操作员对加工次品分别应承担的份额.

21．（本小题满分 12 分）

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左右焦点分别为$F_1$、$F_2$，离心率$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$A_1$、$A_2$分别为椭圆$C$的左、右顶点，且$\left|A_1A_2\right|=4$．

（1）求椭圆C的方程；

（2）若O为坐标原点，过F_2的直线l与椭圆C交于A、B两点，求ΔOAB面积的最大值；

（3）若椭圆上另有一点M，使得直线MA_1与A_2B斜率k_1、k_2满足$k_2=2k_1$，请分析直线BM是否恒过定点．

22. （本小题满分 12 分）

已知关于 x 方程 $a(1+2x)\cos 2x=2$ 在区间 $\left(-\frac{1}{2},0\right)$ 内有且只有一个解.

（1）求实数 a 的取值范围；

（2）如果函数 $f(x)=a\sin x\cos x-\ln(1+2x)$，求证：$f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上存在极值点 x_0 和零点 x_1；

（3）对于(2)中的 x_0 和 x_1，证明：$a(1+2x_0)\cos x_1>2$.