

辽宁省部分重点中学协作体 2023 年高考模拟考试

数 学

第一命题校：大连市第二十四中学 张 宁

第二命题校：辽宁省东北育才学校 王成栋

参与命题校：沈阳市第二十中学 李蕾蕾

第 I 卷

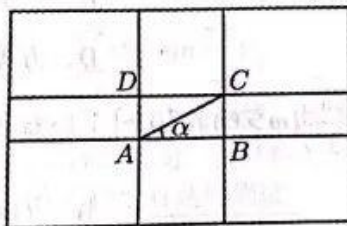
一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ，集合 $A = \{-1, 1\}$ ， $B = \{-1, 2, 3\}$ ，则 $(\complement_U A) \cap B = (\quad)$
 A. $\{-1\}$ B. $\{-1, 3\}$ C. $\{2, 3\}$ D. $\{-1, 2, 3\}$

2. 若复数 $z = \frac{1+i}{1-i} + 2i$ (i 为虚数单位)，则 \bar{z} 的虚部为 (\quad)
 A. 3 B. $3i$ C. -3 D. $-3i$

3. $a = 2^{-0.1}$ ， $b = \log_3 4$ ， $c = \log_5 27$ ，则 (\quad)
 A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

4. 随着智能手机的普及，手机摄影越来越得到人们的喜爱，要得到美观的照片，构图是很重要的，用“黄金分割构图法”可以让照片感觉更自然、更舒适，“黄金九宫格”是黄金分割构图的一种形式，是指把画面横竖各分三部分，以比例 $1:0.618:1$ 为分隔，4 个交叉点即为黄金分割点。如图，分别用 A, B, C, D 表示黄金分割点。若照片长、宽比例为 $4:3$ ，设 $\angle CAB = \alpha$ ，则 $\frac{1 + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} - \tan \alpha = (\quad)$



- A. $-\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $-\frac{7}{12}$ D. $\frac{7}{12}$

5. 现有 6 个同学站成一排照相，如果甲、乙两人必须相邻，而丙、丁两人不能相邻，那么不同的站法共有 (\quad) 种。

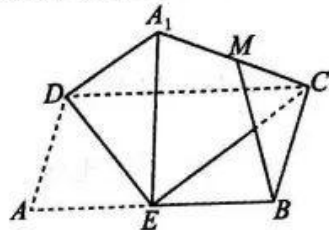
- A. 144 B. 72 C. 36 D. 24

6. 盲盒是一种深受大众喜爱的玩具，某盲盒生产厂商要为棱长为 4cm 的正四面体魔方设计一款正方体的包装盒，需要保证该魔方可以在包装盒内任意转动，则包装盒的棱长最短为 (\quad)

- A. $\sqrt{6}\text{cm}$ B. $2\sqrt{6}\text{cm}$ C. $4\sqrt{6}\text{cm}$ D. 6cm

数学试卷 第 1 页 (共 4 页)

12. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $BC=2$, E 为边 AB 的中点, 沿 DE 将 $\triangle ADE$ 折起, 点 A 折至 A_1 处 ($A_1 \notin$ 平面 $ABCD$), 若 M 为线段 A_1C 的中点, 二面角 A_1-DE-C 大小为 α , 直线 A_1E 与平面 $DEBC$ 所成角为 β , 则在 $\triangle ADE$ 折起过程中, 下列说法正确的是 () 来源: 高三答案公众号



- A. 存在某个位置, 使得 $BM \perp A_1D$
 B. $\triangle A_1EC$ 面积的最大值为 $2\sqrt{2}$
 C. 当 α 为锐角时, 存在某个位置, 使得 $\sin \alpha = 2 \sin \beta$
 D. 三棱锥 A_1-EDC 体积最大时, 三棱锥 A_1-EDC 的外接球的表面积为 16π

第 II 卷

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 一组数据 7, 8, 8, 9, 11, 13, 15, 17, 20, 22 的 90% 分位数是_____.
14. 已知平面向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (-2, 1)$, $\vec{c} = (2, t)$, 若 $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{c}$, 则 $t =$ _____.
15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 笛卡尔曾阐述: 过圆 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 (r > 0)$ 上一点 $M(x_0, y_0)$ 的切线方程 $(x-a)(x_0-a) + (y-b)(y_0-b) = r^2$. 若 $C: (x-1)^2 + y^2 = 9$, 直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点, 分别以点 A, B 为切点作圆 C 的切线 l_1, l_2 , 设直线 l_1, l_2 的交点为 $P(m, n)$; 若 $m=1, n=4$ 时, 则直线 AB 的方程是_____; 若圆 $O: x^2 + y^2 = 1$, 且 l 与圆 O 相切, 则 m 的最小值为_____.
16. 关于 x 的不等式 $a^2 e^{2x+1} - \ln x + x + 1 + 2 \ln a \geq 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 则 a 的最小值是_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题 10 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的积 $T_n = \frac{(n+1)(n+2)}{2} (n \in \mathbb{N}^*)$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = na_n$, 求 $\sum_{n=1}^{2023} (b_n \cdot \sin \frac{n\pi}{2})$.

18. (本小题 12 分) 某高中为大力提高高中生的体能, 预计在年初推出六项体育运动项目, 要求全校每名同学必须参加一项体育运动, 且只参加一项体育运动, 在这一整年里学生不允许更换体育运动项目, 并在年终进行达标测试. 一年后分项整理得到下表:

体育项目	第一项	第二项	第三项	第四项	第五项	第六项
学生人数	140	50	300	200	800	510
未达标率	0.4	0.2	0.15	0.25	0.2	0.1

未达标率是指: 某一项体育运动未达到规定标准的学生数与该项运动的学生数的比值. 假设所有体育项目是否达标相互独立.

- (1) 从全校随机抽取 1 名同学, 求该同学是“第四项体育运动项目中的达标者”的概率;
- (2) 从参加第四项和第五项体育运动项目的同学中各随机选取 1 人, 求恰有 1 人获得体育达标的概率;

- (3) 假设每项体育运动项目学生未达标的概率与表格中该项体育运动项目未达标率相等, 用“ $\xi_k = 1$ ”表示第 k 项体育运动项目达标, “ $\xi_k = 0$ ”表示第 k 项体育运动项目未达标 ($k=1, 2, 3, 4, 5, 6$). 计算 $D\xi_1, D\xi_2$ 并直接写出方差 $D\xi_1, D\xi_2, D\xi_3, D\xi_4, D\xi_5, D\xi_6$ 的大小关系 (不用写出计算过程).

19. (本小题 12 分) 将函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 再将其纵坐标不变, 横坐标变为原来的 2 倍得到 $g(x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$ 的图像.

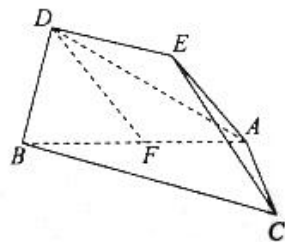
(1) 设 $\vec{a} = (\sin x - \cos x, 2), \vec{b} = (1, \sin x \cdot \cos x)$, 当 $x \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ 时, 求 $h(x) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{f(x)}$ 的值域;

(2) 在① $\cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $a = \sqrt{3}$ ③ $b = 1$ 三个条件中任选两个, 补充到以下问题中, 并完成解答.

在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 所对三条边, $g(A) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, _____, _____,

求 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC}$.

20. (本小题 12 分) 在如图的空间几何体中, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle BAC = 90^\circ$, 四边形 $BCED$ 为直角梯形, $BC \parallel DE, \angle DBC = 90^\circ, BD = 1, BC = 4, DE = 2$, F 为 AB 的中点.



(1) 证明: $DF \parallel$ 平面 ACE ;

(2) 若 $AD = \sqrt{7}$, 求 CE 与平面 ADB 所成角的正弦值.

21. (本小题 12 分) 已知曲线 Γ 在 x 轴上方, 它上面的每一点到点 $Q(0, 2)$ 的距离减去到 x 轴的距离的差都是 2. 若点 A, B, C 分别在该曲线 Γ 上, 且点 A, C 在 y 轴右侧, 点 B 在 y 轴左侧, $\triangle ABC$ 的重心 G 在 y 轴上, 直线 AB 交 y 轴于点 M 且满足 $3|AM| < |BM|$, 直线 BC 交 y 轴于点 N . 记 $\triangle ABC, \triangle AMG, \triangle CNG$ 的面积分别为 S_1, S_2, S_3 .

(1) 求曲线 Γ 方程;

(2) 求 $\frac{S_2 + S_3}{S_1}$ 的取值范围.

22. (本小题 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{a}{x^2} + \frac{\ln x}{x}$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{e}, e]$ 单调递增, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $g(x) = xf(x)$, 且 $g(x_1) = g(x_2) = 3 (x_1 \neq x_2)$, 证明: $a^2 < x_1 x_2 < ae^2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw