高 三 数 学

2022.1

本试卷共4页，满分150分，考试时间120分钟.

注意事项：

1. 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的准考证号、姓名.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回.

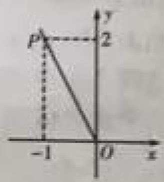
一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|x^2-2x-8\le 0\}$，则 $\complement_U A=$

A. $[-2,4]$　　B. $[-4,2]$

C. $(-\infty,-4)\cup(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,-2)\cup(4,+\infty)$

2. 如图，已知角 α 的顶点与坐标原点重合，始边为 x 轴正半轴，点 P 是角 α 终边上的一点，则 $\cos 2\alpha=$



A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $-\frac{4}{5}$

C. $-\frac{3}{5}$　　D. $-\frac{2}{5}$

3. 2021年12月9日，中国空间站太空课堂以天地互动的方式，与设在北京、南宁、汶川、香港、澳门的地面课堂同步进行. 假设香港、澳门参加互动的学生人数之比为5:3，其中香港课堂女生占 $\frac{3}{5}$，澳门课堂女生占 $\frac{1}{3}$. 若主持人向这两个分课堂中的一名学生提问，则该学生恰好为女生的概率是

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{3}{8}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{5}{8}$

4. "$0<x<\frac{\pi}{4}$"是"$0<\sin x<\frac{\pi}{4}$"的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 如图，某类共享单车密码锁的密码是由4位数字组成，所有密码中，恰有三个重复数字的密码个数为

A. 90　　B. 324

C. 360　　D. 400

6. 已知 $2^a=\log_{\frac{1}{2}}a$，$3^b=\log_{\frac{1}{2}}b$，$(\frac{1}{3})^c=\log_2 c$，则

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$　　C. $c<a<b$　　D. $c<b<a$

高三数学试题第1页(共4页)

7. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为2，MN 是它的内切圆的一条弦，点 P 为正方形四条边上的动点，当弦 MN 的长度最大时，$\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$ 的取值范围是

A. $[0,1]$ B. $[0,\sqrt{2}]$ C. $[1,2]$ D. $[-1,1]$

8. 斐波那契数列又称"黄金分割数列"，在现代物理、准晶体结构、化学等领域都有着广泛的应用. 斐波那契数列 $\{a_n\}$ 可以用如下方法定义：$a_n=a_{n-1}+a_{n-2}(n\geqslant 3,n\in\mathbf{N}^*)$，$a_1=a_2=1$，则 $\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{2022}a_i^2}{a_{2022}}(i=1,2,\cdots,2022)$ 是数列 $\{a_n\}$ 的第几项？

A. 2020 B. 2021 C. 2022 D. 2023

二、多项选择题：本大题共4个小题，每小题5分，共20分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，选对但不全的得2分，有选错的得0分.

9. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{2}-y^2=\lambda(\lambda<0)$，则

A. 双曲线 C 的实轴长为定值 B. 双曲线 C 的焦点在 y 轴上

C. 双曲线 C 的离心率为定值 D. 双曲线 C 的渐进线方程为 $y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$

10. 已知函数 $f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$，则下列结论中正确的是

A. $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ B. $f(x)$ 是奇函数

C. $f(x)$ 在定义域上是减函数 D. $f(x)$ 无最小值，无最大值

11. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\dfrac{\pi}{2})$，现有如下四个命题：

甲：该函数的最小值为 $-\sqrt{2}$；

乙：该函数图像的相邻两条对称轴之间的距离为 π；

丙：该函数的一个零点为 $\dfrac{2\pi}{3}$；

丁：该函数图像可以由 $y=\sin2x+\cos2x$ 的图像平移得到.

如果有且只有一个假命题，那么下列说法正确的是

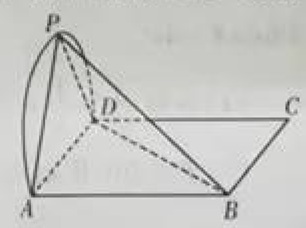
A. 乙一定是假命题

B. φ 的值可唯一确定

C. 函数 $f(x)$ 的极大值点为 $k\pi+\dfrac{\pi}{6}(k\in Z)$

D. 函数 $f(x)$ 图像可以由 $y=\cos(x-\dfrac{\pi}{6})$ 图像伸缩变换得到

12. 如图，$ABCD$ 是边长为5的正方形，半圆面 $APD\perp$ 平面 $ABCD$. 点 P 为半圆弧 $\overset{\frown}{AD}$ 上一动点（点 P 与点 A,D 不重合）. 下列说法正确的是



A. 三棱锥 $P-ABD$ 的四个面都是直角三角形

B. 三棱锥 $P-ABD$ 体积的最大值为 $\dfrac{125}{4}$

C. 异面直线 PA 与 BC 的距离为定值

D. 当直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成角最大时，平面 PAB 截四棱锥 $P-ABCD$ 外接球的截面面积为 $\dfrac{25(3-\sqrt{2})\pi}{4}$

高三数学试题第2页(共4页)

三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 复数z满足$zi=2-i$(其中i为虚数单位)，则$|z|=$________.

14. 已知圆锥的高为1，轴截面是等腰直角三角形，则该圆锥的侧面积为________.

15. 单板滑雪U型池比赛是冬奥会比赛中的一个项目，进入决赛阶段的12名运动员按照预赛成绩由低到高的出场顺序轮流进行三次滑行，裁判员根据运动员的腾空高度、完成的动作难度和效果进行评分，最终取每站三次滑行成绩的最高分作为该站比赛成绩. 现有运动员甲、乙二人在2021赛季单板滑雪U型池世界杯分站比赛成绩如下表：

分站	运动员甲的三次滑行成绩			运动员乙的三次滑行成绩		
	第1次	第2次	第3次	第1次	第2次	第3次
第1站	80.20	86.20	84.03	80.11	88.40	0
第2站	92.80	82.13	86.31	79.32	81.22	88.60
第3站	79.10	0	87.50	89.10	75.36	87.10
第4站	84.02	89.50	86.71	75.13	88.20	81.01
第5站	80.02	79.36	86.00	85.40	87.04	87.70

假如从甲、乙2人中推荐1人参加2022年北京冬奥会单板滑雪U型池比赛，根据以上数据信息，你推荐________运动员参加，理由是________.（第一空1分，第二空4分）

附：方差$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$，其中$\bar{x}$为$x_1,x_2,\cdots,x_n$的平均数.

16. 过直线$x-y-4=0$上一点P(点P不在x轴上)作抛物线$x^2=4y$的两条切线，两条切线分别交x轴于点G,H，则$\triangle GHP$外接圆面积的最小值为________.

四、解答题：本大题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10分）

已知公差不为0的等差数列$\{a_n\}$，$a_2^2=a_1a_{13}$，$a_3+a_6+a_9=153$. 记$b_n=[\lg a_n]$，其中$[x]$表示不超过x的最大整数，如$[0.7]=0$，$[1.9]=1$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求数列$\{b_n\}$前101项和.

18.（12分）

已知$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，$A=\frac{\pi}{3}$，$a=6$，且$\sin B+\sin C=2\sqrt{6}\sin B\cdot\sin C$.

(1)证明：$\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{\sqrt{2}}{2}$；

(2)求$\triangle ABC$的面积.

19.（12 分）

我国脱贫攻坚经过 8 年奋斗，取得了重大胜利. 为巩固脱贫攻坚成果，某项目组对某种农产品的质量情况进行持续跟踪，随机抽取了 10 件产品，检测结果均为合格，且质量指标分值如下：

38，70，50，43，48，53，49，57，60，69.

经计算知上述样本质量指标平均数为 53.7，标准差为 9.9. 生产合同中规定：所有农产品优质品的占比不得低于 15%（已知质量指标在 63 分以上的产品为优质品）.

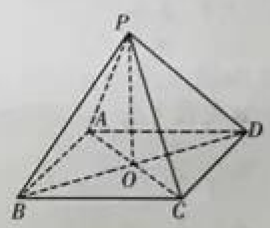
（1）从这 10 件农产品中有放回地连续取两次，记两次取出优质品的件数为 X，求 X 的分布列和数学期望.

（2）根据生产经验，可以认为这种农产品的质量指标服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 近似为样本质量指标平均数，σ^2 近似为方差，那么这种农产品是否满足生产合同的要求？请说明理由.

附：若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)=0.9545$，$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=0.6827$.

20.（12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AC\cap BD=O$，底面四边形 $ABCD$ 为菱形，$AB=2$，$\angle ABC=60^\circ$，异面直线 PD 与 AB 所成的角为 60°. 试在①$PA\perp BD$，②$PC\perp AB$，③$PA=PC$ 三个条件中选两个条件，使得 $PO\perp$ 平面 $ABCD$ 成立，请说明选择理由，并求平面 PAB 与平面 PCD 所成角的余弦值.



21.（12 分）

已知函数 $f(x)=a(\frac{1}{2}x^2+x)+(x^2+3x+3)e^{-x}(a\in\mathbf{R})$.

（1）当 $a=-1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（2）若函数 $f(x)$ 有三个极值点 x_1,x_2,x_3，且 $x_3<x_2<x_1$，

证明：$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+2x_3>0$.

22.（12 分）

已知 $A_1(-2,0)$，$A_2(2,0)$ 分别为椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右顶点，点 $H(1,\frac{3}{2})$ 在椭圆上. 过点 $D(\frac{1}{2},0)$ 的直线交椭圆于两点 P,Q（P,Q 与顶点 A_1,A_2 不重合），且直线 A_1P 与 A_2Q，A_1Q 与 A_2P 分别交于点 M,N.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）设直线 A_1P 的斜率为 k_1，直线 A_1Q 的斜率为 k_2.

①证明：$k_1\cdot k_2$ 为定值；

②求 $\triangle DMN$ 面积的最小值.

高三数学试题参考答案及评分标准　　2022.1

一、单项选择题(每小题5分,共40分)

1－5 DCCAC　　6－8 BAD

二、多项选择题(每小题5分,共20分)

9. BCD　　10. BD　　11. BD　　12. AC

三、填空题(每小题5分,共20分)

13. $\sqrt{5}$　　14. $\sqrt{2}\pi$

15. 答案1:甲,甲乙的平均成绩相同,但甲的最好成绩为92.80,乙的最好成绩为89.10,预测甲的成绩会比乙的更好.

答案2:乙,甲乙的平均成绩相同,但乙的发挥比甲的更稳定,预测乙的成绩要好于甲

16. $\frac{25\pi}{8}$

四、解答题:本大题共6小题,共70分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 解:(1)设数列$\{a_n\}$的公差为d,因为$a_2^2=a_1a_{13}$,

所以$(a_1+d)^2=a_1(a_1+12d)$,整理得$10a_1d=d^2$,

因为$d\neq0$,所以$d=10a_1$, ………………………… 2分

因为$a_3+a_6+a_9=153$,所以$a_6=51$,即$a_1+5d=51$,

解得$a_1=1$,$d=10$, ………………………… 4分

所以$a_n=1+(n-1)\times10=10n-9$. ………………………… 5分

(2)由题意可知,$b_1=[\lg1]=0$, ………………………… 6分

当$2\leqslant n\leqslant10$时,$b_n=1$, ………………………… 7分

当$11\leqslant n\leqslant100$时,$b_n=2$, ………………………… 8分

当$n=101$时,$b_{101}=3$, ………………………… 9分

数列$\{b_n\}$前101项和为$0\times1+1\times9+2\times90+3\times1=192$. ………………………… 10分

18. (1)证明:$A=\frac{\pi}{3}$,$a=6$,由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=4\sqrt{3}$, ………………………… 2分

所以$\sin B=\frac{b}{4\sqrt{3}}$,$\sin C=\frac{c}{4\sqrt{3}}$, ………………………… 4分

代入,$\sin B+\sin C=2\sqrt{6}\sin B\cdot\sin C$,整理得$b+c=\frac{\sqrt{2}}{2}bc$, ………………………… 5分

即$\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. ………………………… 6分

(2)由余弦定理得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc=(b+c)^2-3bc$, ………………………… 7分

又因为$b+c=\frac{\sqrt{2}}{2}bc$,$a=6$,可知$(bc)^2-6bc-72=0$ ………………………… 9分

即$(bc-12)(bc+6)=0$,解得$bc=12$或$bc=-6$(舍去), ………………………… 11分

所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=3\sqrt{3}$. ………………………… 12分

19. 解:(1)因为质量指标在63分以上的产品为优质品,故农产品为优质品的概率为$\frac{1}{5}$,且两次取样相互独立,则$X\sim B(2,\frac{1}{5})$.

随机变量 X 的所有可能取值为 0,1,2 ······························ 2分

$P(X=0)=C_2^0(\frac{1}{5})^0(\frac{4}{5})^2=\frac{16}{25}$;$P(X=1)=C_2^1(\frac{1}{5})^1(\frac{4}{5})^1=\frac{8}{25}$;

$P(X=2)=C_2^2(\frac{1}{5})^2(\frac{4}{5})^0=\frac{1}{25}$; ······························ 5分

所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{16}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{1}{25}$

$E(X)=0\times\frac{16}{25}+1\times\frac{8}{25}+2\times\frac{1}{25}=\frac{2}{5}$(或 $E(X)=np=2\times\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$). ······················ 6分

(2)这种农产品满足生产合同的要求;理由如下:

记这种农产品的质量指标为 Y,由题意可知,$Y\sim N(53.7,9.9^2)$, ······················ 7分

且 $P(43.8<Y<63.6)=P(\mu-\sigma<Y<\mu+\sigma)=0.6827$, ······························ 8分

因为 $P(Y>63)\geq P(Y>63.6)=\frac{1-0.6827}{2}=0.15865>0.15$, ······················ 11分

所以判断这种农产品满足生产合同的要求. ······························ 12分

20. 解:若选②:由 $PO\perp$ 平面 $ABCD$,$AB\subset$ 平面 $ABCD$,所以 $PO\perp AB$,若 $PC\perp AB$,$PO\cap PC=P$,所以 $AB\perp$ 平面 PAC,所以 $AB\perp AC$,所以 $\angle BAC=90^\circ$,$BC>BA$,这与四形 $ABCD$ 是菱形矛盾,所以②必不选,故选①③. ······························ 2分

下面证明:$PO\perp$ 平面 $ABCD$.

因为四边形 $ABCD$ 为菱形,所以 $AC\perp BD$.

因为 $PA\perp BD$,$PA\cap AC=A$,

所以 $BD\perp$ 平面 APC. ······························ 3分

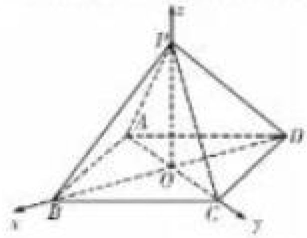
又因为 $PO\subset$ 平面 APC,所以 $BD\perp PO$.

因为 $PA=PC$,O 为 AC 中点,所以 $PO\perp AC$.

又 $AC\cap BD=O$,所以 $PO\perp$ 平面 $ABCD$, ······························ 4分

以 O 为坐标原点,以 $\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OP}$ 的方向分别作为 x 轴,y 轴,z 轴的正方向,

建立如图所示空间直角坐标系,



······························ 5分

因为 $AB\parallel CD$,所以 $\angle PDC$ 或其补角为异面直线 PD 与 AB 所成的角,

所以 $\angle PDC=60^\circ$. ······························ 6分

在菱形 $ABCD$ 中,$AB=2$,且 $\angle ABC=60^\circ$,

所以 $OC=1$,$OD=\sqrt{3}$,设 $OP=a$,在 $\triangle PDC$ 中,由余弦定理得

$PC^2=DC^2+DP^2-2DC\cdot DP\cdot\cos\angle PDC$,

即 $a^2+1=4+(a^2+3)-2\sqrt{a^2+3}$,解得 $a=\sqrt{6}$($a=-\sqrt{6}$ 舍去). ······················ 7分

所以$A(0,-1,0)$，$B(\sqrt{3},0,0)$，$C(0,1,0)$，$D(-\sqrt{3},0,0)$，$P(0,0,\sqrt{6})$.

设$\boldsymbol{n}_1=(x_1,y_1,z_1)$为平面$ABP$的法向量，$\overrightarrow{AB}=(\sqrt{3},1,0)$，$\overrightarrow{AP}=(0,1,\sqrt{6})$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{AB}=0\\ \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{AP}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}\sqrt{3}x_1+y_1=0\\ y_1+\sqrt{6}z_1=0\end{cases}$，令$z_1=1$得$\boldsymbol{n}_1=(\sqrt{2},-\sqrt{6},1)$. ………………… 9分

设$\boldsymbol{n}_2=(x_2,y_2,z_2)$为平面$PCD$的法向量，$\overrightarrow{CP}=(0,-1,\sqrt{6})$，$\overrightarrow{CD}=(-\sqrt{3},-1,0)$，

$\begin{cases}\boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{CP}=0\\ \boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{CD}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}-y_2+\sqrt{6}z_2=0\\ -\sqrt{3}x_2-y_2=0\end{cases}$，令$x_2=\sqrt{3}$得$\boldsymbol{n}_2=(\sqrt{3},-3,-\frac{\sqrt{6}}{2})$. ………… 10分

设平面PAB与平面PCD所成角为θ，

则$\cos\theta=\dfrac{\left|\sqrt{6}+3\sqrt{6}-\frac{\sqrt{6}}{2}\right|}{\sqrt{2+6+1}\cdot\sqrt{3+9+\frac{3}{2}}}=\dfrac{7}{9}$. ………………………………… 11分

所以平面PAB与平面PCD所成角的余弦值为$\dfrac{7}{9}$. ………………………… 12分

21. 解：(1) 当$a=-1$时$f(x)=-(\frac{1}{2}x^2+x)+(x^2+3x+3)e^{-x}$，

$f'(x)=-(x+1)-(x^2+x)e^{-x}=-(x+1)(1+xe^{-x})$，所以$f'(0)=-1$，又$f(0)=3$，

所以切线方程为$y-3=-x$，即$x+y-3=0$. ………………………………………… 4分

(2) $f'(x)=a(x+1)-(x^2+x)e^{-x}=(x+1)(a-xe^{-x})$

由$f'(x)=0$得$x=-1$或$a-xe^{-x}=0$，依题意，方程$a-xe^{-x}=0$有两个均不等于-1的相异实根，

由$a-xe^{-x}=0$得$a=xe^{-x}$，设$g(x)=xe^{-x}$，则$g'(x)=(1-x)e^{-x}$，

由$g'(x)<0$得$x>1$，由$g'(x)>0$得$x<1$，所以$g(x)$在$(-\infty,1)$上单调递增，

在$(1,+\infty)$上单调递减，所以$g(x)$的最大值为$g(1)=\frac{1}{e}$，而$x<0$时$g(x)<0$，

$x>0$时$g(x)>0$，所以$x_3=-1$，$0<x_2<1$，$x_1>1$. ……………………………… 6分

设$t=\frac{x_1}{x_2}>1$，则$x_1=tx_2$，因为$a=\frac{x_1}{e^{x_1}}=\frac{x_2}{e^{x_2}}$，所以$\frac{x_2}{e^{x_2}}=\frac{tx_2}{e^{tx_2}}$，解得$x_2=\frac{\ln t}{t-1}$，所以$x_1=\frac{t\ln t}{t-1}$.

…………………………………………………………………………………… 8分

因为$x_3=-1$，所以要证$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+2x_3>0$，即证$\frac{t-1}{t\ln t}+\frac{t-1}{\ln t}>2$，即证$\frac{t^2-1}{t\ln t}>2$，因为$t>1$，

所以只需证$\ln t-\frac{1}{2}(t-\frac{1}{t})<0$，……………………………………… 9分

设$h(t)=\ln t-\frac{1}{2}(t-\frac{1}{t})(t>1)$，则$h'(t)=\frac{1}{t}-\frac{1}{2}(1+\frac{1}{t^2})=-\frac{(t-1)^2}{2t^2}<0$，……

…………………………………………………………………………………… 11分

所以$h(t)$在$(1,+\infty)$上是减函数，所以$h(t)<h(1)=0$，故不等式成立. …… 12分

22. 解：(1) 由已知得$a=2$，将$H(1,\frac{3}{2})$代入$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1$得$b^2=3$，

所以椭圆C的标准方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ……………………………… 3分

(2) ①设直线PQ的方程为$x-\frac{1}{2}=my$，$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，

联立$\begin{cases} x-\frac{1}{2}=my \\ 3x^2+4y^2=12 \end{cases}$得，$(3m^2+4)y^2+3my-\frac{45}{4}=0$，

由韦达定理知：$y_1+y_2=-\frac{3m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=-\frac{\frac{45}{4}}{3m^2+4}$. ………………………………… 4 分

则 $k_1\cdot k_2=\frac{y_1}{x_1+2}\cdot\frac{y_2}{x_2+2}=\frac{y_1y_2}{(my_1+\frac{5}{2})(my_2+\frac{5}{2})}=\frac{y_1y_2}{m^2y_1y_2+\frac{5}{2}m(y_1+y_2)+\frac{25}{4}}$

$=\frac{-\frac{45}{4}}{-\frac{45}{4}m^2-\frac{15}{2}m^2+\frac{75}{4}m^2+25}=-\frac{9}{20}$.

所以 $k_1\cdot k_2$ 为定值 $-\frac{9}{20}$. ………………………………………………………………… 6 分

②设直线 A_1P 与直线 A_2Q 的交点 $M(x_M,y_M)$，

因为 A_1,P,M 三点共线，所以$\frac{y_M}{x_M+2}=\frac{y_1}{x_1+2}$，

又因为 A_2,Q,M 三点共线，所以$\frac{y_M}{x_M-2}=\frac{y_2}{x_2-2}$，

两式相除得$\frac{x_M-2}{x_M+2}=\frac{y_1}{x_1+2}\cdot\frac{x_2-2}{y_2}$，

因为 $Q(x_2,y_2)$ 在椭圆上，

所以 $y_2^2=\frac{3}{4}(4-x_2^2)=-\frac{3}{4}(x_2+2)(x_2-2)$，即$\frac{x_2-2}{y_2}=-\frac{4}{3}\cdot\frac{y_2}{x_2+2}$，

所以$\frac{x_M-2}{x_M+2}=-\frac{4}{3}\cdot\frac{y_1y_2}{(x_1+2)(x_2+2)}=-\frac{4}{3}\cdot(-\frac{9}{20})=\frac{3}{5}$，

解得 $x_M=8$. ……………………………………………………………………………… 9 分

同理可得：$x_N=8$. 则 $M(8,y_M)$，$N(8,y_N)$

所以直线 MN 的方程为：$x=8$. 设直线 MN 与 x 轴相交于点 B，

则 $S_{\triangle DMN}=\frac{1}{2}\cdot|DB|\cdot(|y_M|+|y_N|)=\frac{1}{2}(8-\frac{1}{2})\cdot(|y_M|+|y_N|)=\frac{15}{4}(|y_M|+|y_N|)$.

……………………………………………………………………………………………… 10 分

而$\frac{y_M-0}{8-(-2)}=\frac{y_1-0}{x_1-(-2)}$，即 $y_M=10\cdot\frac{y_1}{x_1+2}=10k_1$，同理 $y_N=10\cdot\frac{y_2}{x_1-2}=10k_2$，

所以 $|y_M|+|y_N|=10(|k_1|+|k_2|)\geq 10\cdot 2\sqrt{|k_1|\cdot|k_2|}=6\sqrt{5}$，

（当且仅当 $k_1=-k_2=\pm\frac{3\sqrt{5}}{10}$ 时取等号.）

所以$\triangle DMN$ 面积的最小值为$\frac{45\sqrt{5}}{2}$. …………………………………………… 12 分

关于我们