2022届高三一轮复习联考(五)　新高考卷

数学参考答案及评分意见

1.B 【解析】因为 $M=[-1,3]$，$N=(0,+\infty)$，所以 $M\cap N=(0,3]$，故选 B.

2.C 【解析】因为 $a/\!/b$，所以 $(m-1)\times4-2=0$，所以 $m=\frac{3}{2}$.故选 C.

3.D 【解析】因为双曲线 $x^2-\frac{y^2}{m}=1$ 的一个焦点为 $(-3,0)$，所以 $c=3$，所以 $m+1=3^2$，解得 $m=8$.故选 D.

4.A 【解析】由 $f(x)$ 为偶函数且 $f(0)=-1$，所以排除 B、C、D.故选 A.

5.C 【解析】由题 $x=\log_4 3\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，$y=\ln 3>1$，$z=6^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{36}}<\frac{1}{2}$.所以 $z<x<y$，故选 C.

6.D 【解析】$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)=-\cos\alpha=-\frac{-2}{\sqrt5}=\frac{2\sqrt5}{5}$.故选 D.

7.C 【解析】∵果径服从正态分布 $N(7,\sigma^2)$，∴其正态曲线关于直线 $x=7$ 对称，又∵果径在 6 cm 到 8 cm 之间的果子占样本总数的 $\frac{3}{4}$，由对称性可知样本中果径不小于 8 cm 的猕猴桃占样本总数的 $\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{8}$，∴样本中果径不小于 8 cm 的猕猴桃约有 $\frac{1}{8}\times1600=200$.故选 C.

8.B 【解析】因为 $4a_1$，$2a_2$，a_3 成等差数列，所以 $4a_2=4a_1+a_3\Rightarrow4q=4+q^2\Rightarrow q=2$

因此 $\frac{S_n}{2a_n}=\frac{\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}}{2a_1q^{n-1}}=\frac{1-q^n}{2(1-q)q^{n-1}}=\frac{1-2^n}{-2^n}=1-\frac{1}{2^n}$.故选 B.

9.BC 【解析】因为 $z=(1+2i)(1-i)=3+i$，所以 $|z|=\sqrt{10}$，A 错；$\bar z=3-i$，B 正确；$z\cdot\bar z=10$ 为实数，C 正确，所以 z 在复平面内对应的点 $(3,1)$ 位于第一象限，D 错，故选 BC.

10.BD 【解析】由题展开式中二项式系数的和为 $2^n=128$，解得 $n=7$，展开式中共 8 项，A 错，B 正确，所有项的系数和为 5^7，C 错误，二项式为 $\left(3x+\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$，则展开式的通项为 $T_{r+1}=2^r\cdot3^{7-r}C_7^rx^{7-\frac{5r}{3}}$，$r=0,1,2\cdots,7$.所以当 $r=0,3,6$ 时，$T_{r+1}=2^r\cdot3^{7-r}C_7^rx^{7-\frac{5r}{3}}$ 为有理项，所以展开式中有理项共 3 项，D 正确，故选 BD.

11.BCD 【解析】圆 $C:x^2+y^2=4$，圆心为 $C(0,0)$，半径为 2，因为 $\angle PMQ=\frac{\pi}{3}$，M 到 $C(0,0)$ 的距离等于 4，所以只需 $C(0,0)$ 到直线 $l:x-y+m=0$ 的距离小于或等于 4，所以 $\frac{|m|}{\sqrt2}\leqslant4$，解得 $-4\sqrt2\leqslant m\leqslant4\sqrt2$，故选 BCD.

12.ACD 【解析】当 BA、BC、BD 两两垂直时，三棱锥的体积最大，所以 A 正确；AD 与 AB 所成角为 $\angle BAD$，$\tan\angle BAD=2$，所以 B 错；有上述性质易得 $AD=AC=\sqrt{10}$，$CD=4$，所以 C 正确；将三棱锥补形为一个长宽高分别为 $2\sqrt2$，$\sqrt2$，$2\sqrt2$ 的长方体，长方体的外接球即为三棱锥的外接球，球的半径 $r=\frac{1}{2}\sqrt{(2\sqrt2)^2+(\sqrt2)^2+(2\sqrt2)^2}=\frac{\sqrt{18}}{2}$，表面积为 $4\pi r^2=18\pi$，所以 D 正确.故选 ACD.

13.$(1,+\infty)$ 【解析】若命题 p 为真命题，则 $\Delta=4-4a<0$，解得 $a>1$.

14.-0.7 【解析】$\bar x=9$，$\bar y=4$，将 $(9,4)$ 带入 $\hat y=\hat ax+10.3$ 可得 $\hat a=-0.7$.

15.4 【解析】由题意焦点 $F(1,0)$，∵直线 AF 的倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$，设 $|AF|=m$，

∴点 $A\left(1+m\cos\frac{\pi}{3},m\sin\frac{\pi}{3}\right)$，即 $A\left(1+\frac{m}{2},\frac{\sqrt3m}{2}\right)$，则 $|AF|=m=1+1+\frac{m}{2}$，解得 $m=4$.

16.$(-2,\ln2-1]$ 【解析】由函数 $y=ax^2+2x-x^2\ln x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，不等式 $ax^2+2x-x^2\ln x>0$，即 $ax+2-x\ln x>0$ 只有一个整数解，令 $f(x)=ax+2-x\ln x$，直线 $y=ax+2$ 恒过点 $(0,2)$，不等式 $f(x)<0$ 仅有 1 个整数解，即函数 $g(x)=x\ln x$ 图象上仅有 1 个横坐标为整数的点落在直线 $y=ax+2$ 的下方，$g'(x)=1+\ln x$，$g(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{e}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ 上单调递增.由图象可知，这个点为 $(1,0)$，可得 $\begin{cases}f(1)>0,\\f(2)\leqslant0,\end{cases}$ 即 $-2<a\leqslant\ln2-1$.

17.【解析】(1)2×2 列联表补充如下：

	不近视	近视	合计
居家型	30	40	70
户外型	20	10	30
总计	50	50	100

$k=\frac{100\times(30\times10-20\times40)^2}{70\times30\times50\times50}\approx4.762>3.841$，

所以有 95%以上的把握认为"是否为居家型与近视与否"有关. …………………………………… 4分

(2)由题可知抽取的 5 人中，居家型有 2 人，户外型有 3 人.从 5 人中再随机抽取 3 名学生，居家型学生人数 X 的所有可能取值为 1,2,3.

$P(X=1)=\frac{C_2^1\cdot C_3^2}{C_5^3}=\frac{3}{10}$，$P(X=2)=\frac{C_2^2\cdot C_3^1}{C_5^3}=\frac{6}{10}$，$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$. …………………………………… 8分

分布列为：

X	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$

$E(X)=1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{6}{10}+3\times\frac{1}{10}=\frac{9}{5}$. …………………………………… 10分

18.【解析】(1)由题意联立 $\begin{cases}a_1+a_4=12,\\a_1a_4=27,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a_1=3,\\a_4=9,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a_1=9,\\a_4=3.\end{cases}$

又 $d>0$，所以 $a_1=3,a_4=9,d=\frac{a_4-a_1}{4-1}=2$，…………………………………… 3分

$a_n=3+2(n-1)=2n+1$.

故数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=2n+1$. …………………………………… 5分

(2)由(1)得 $b_n=2^{2n}+(-1)^n\cdot(2n+1)=4^n+(-1)^n\cdot(2n+1)$，…………………………………… 7分

所以

$b_1+b_2=4^1-3+4^2+5=4^1+4^2+2$，

$b_3+b_4=4^3-7+4^4+9=4^3+4^4+2$，

…

$b_{99}+b_{100}=4^{99}-199+4^{100}+201=4^{99}+4^{100}+2$. …………………………………… 9分

$b_1+b_2+\cdots+b_{100}=4^1+4^2+\cdots+4^{100}+100=\frac{4(1-4^{100})}{1-4}+100=\frac{1}{3}(4^{101}+296)$

所以数列$\{b_n\}$的前 100 项和为 $\frac{4^{101}+296}{3}$. …………………………………… 12分

19.【解析】(1)$a\sin A+c\sin C-b\sin B=\sqrt{2}c\sin A$，

由正弦定理得 $a^2+c^2-b^2=\sqrt{2}ac$，

$\therefore\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 $B=\frac{\pi}{4}$. …………………………………… 2分

又$\because\cos A=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，

$\therefore\sin A=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. …………………………………… 3分

$\because\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{1}{2}$，

又$\because A,B,C$ 是$\triangle ABC$ 的内角，

$\therefore 0<A+B<\pi$，

$\therefore A+B=\frac{2\pi}{3}$.

$\therefore C=\pi-(A+B)=\frac{\pi}{3}$. ………………………………………………………… 7 分

(2)由正弦定理得 $\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}$，

$\therefore b=\frac{c}{\sin C}\times\sin B=\sqrt{2}$. ………………………………………………………… 9 分

$\therefore\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=\frac{3+\sqrt{3}}{4}$. ………………………… 12 分

20.【解析】(1)证明：∵平面 $ABCD\perp$ 平面 ABE，平面 $ABCD\cap$ 平面 $ABE=AB$，$BC\perp AB$，

$\therefore BC\perp$ 平面 ABE，

$\therefore BC\perp AE$，

又∵ $EA\perp EB$，$EB\cap BC=B$，

$\therefore AE\perp$ 平面 BCE，

$\therefore AE\perp BF$. ………………………………………………………… 3 分

∵ $EB=BC$，

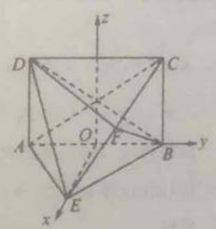
$\therefore\triangle EBC$ 为等腰三角形，又知 F 为 CE 中点

$\therefore BF\perp EC$，………………………………………………………… 4 分

$\therefore BF\perp$ 平面 ACE，

$\therefore BF\perp AC$. ………………………………………………………… 5 分

(2)取 AB 中点 O，以 OE、OB、Oz 分别为 x,y,z 轴建立空间直角坐标系.



则 $B(0,\sqrt{2},0)$，$C(0,\sqrt{2},2)$，$D(0,-\sqrt{2},2)$，$E(\sqrt{2},0,0)$，$F\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$，$\overrightarrow{DF}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{3\sqrt{2}}{2},-1\right)$，

$\overrightarrow{BD}=(0,-2\sqrt{2},2)$，

$\overrightarrow{DE}=(\sqrt{2},\sqrt{2},-2)$，

设平面 BDE 的法向量为 $n=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}n\cdot\overrightarrow{BD}=0,\\ n\cdot\overrightarrow{DE}=0,\end{cases}$ 则 $\begin{cases}-2\sqrt{2}y+2z=0,\\ \sqrt{2}x+\sqrt{2}y-2z=0,\end{cases}$ 令 $y=1$，则 $x=1$，$z=\sqrt{2}$，即 $n=(1,1,\sqrt{2})$.

则 $\cos\langle\overrightarrow{DF},n\rangle=\frac{\overrightarrow{DF}\cdot n}{|\overrightarrow{DF}||n|}=\frac{\sqrt{3}}{6}$，

所以 DF 与平面 BDE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$. ………………………………………………… 12 分

21.【解析】(1)由题离心率 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\triangle MF_1F_2$ 的周长为 $2a+2c=4+2\sqrt{3}$，

解得 $a=2$，$c=\sqrt{3}$，$b=1$，

$\therefore$ 椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ………………………………………………………… 4 分

(2) $A(-2,0)$，$B(2,0)$，设 $P(2,y_0)$，$Q(x_1,y_1)$，

则 $\overrightarrow{OP}=(2,y_0)$，$\overrightarrow{OQ}=(x_1,y_1)$，$k_{AP}=\frac{y_0}{4}$

则直线 AP：$y=\frac{y_0}{4}(x+2)$，即 $y=\frac{y_0}{4}x+\frac{1}{2}y_0$，

联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}+y^2=1,\\ y=\frac{y_0}{4}x+\frac{1}{2}y_0,\end{cases}$ 得 $\left(1+\frac{y_0^2}{4}\right)x^2+y_0^2x+y_0^2-4=0$，

$\because x_1\times(-2)=\frac{y_0^2-4}{1+\frac{y_0^2}{4}}=\frac{4(y_0^2-4)}{4+y_0^2}$，………………………………………………… 7 分

$\therefore x_1=-\dfrac{2(y_1^2-4)}{4+y_1^2}, y_1=\dfrac{4y_1}{y_1^2+4}$,

$\therefore \overrightarrow{OQ}=\left(-\dfrac{2(y_1^2-4)}{4+y_1^2}, \dfrac{4y_1}{y_1^2+4}\right), 2\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OA}=(2,2y_1)$. ……………………………… 3 分

$\therefore \overrightarrow{OQ}\cdot(2\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OA})=-\dfrac{4(y_1^2-4)}{4+y_1^2}+\dfrac{8y_1^2}{y_1^2+4}=-\dfrac{4(y_1^2-4)}{4+y_1^2}+\dfrac{8y_1^2}{y_1^2+4}=\dfrac{4(y_1^2+4)}{y_1^2+4}=4$.

所以 $\overrightarrow{OQ}\cdot(2\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OA})$ 为定值 4. ……………………………… 12 分

22.【解析】(1) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, $f'(x)=a-\dfrac{2a+1}{x}+\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{a(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right)}{x^2}$. ……………… 1 分

令 $f'(x)=0$ 得 $x=2$ 或 $x=\dfrac{1}{a}$,

当 $0<a<\dfrac{1}{2}$ 时, $\dfrac{1}{a}>2$, 由 $f'(x)>0$ 得 $x<2$ 或 $x>\dfrac{1}{a}$,

所以函数 $f(x)$ 的递增区间为 $(0,2)$, $\left(\dfrac{1}{a},+\infty\right)$, 递减区间为 $\left(2,\dfrac{1}{a}\right)$;

当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时, 则 $f'(x)\geq 0$, 所以函数 $f(x)$ 的递增区间为 $(0,+\infty)$, 无递减区间.

当 $a>\dfrac{1}{2}$ 时, $0<\dfrac{1}{a}<2$, 由 $f'(x)>0$ 得 $x>2$ 或 $x<\dfrac{1}{a}$,

所以函数 $f(x)$ 的递增区间为 $\left(0,\dfrac{1}{a}\right)$, $(2,+\infty)$, 递减区间为 $\left(\dfrac{1}{a},2\right)$.

综上可知,

当 $0<a<\dfrac{1}{2}$ 时, $f(x)$ 的递增区间为 $(0,2)$, $\left(\dfrac{1}{a},+\infty\right)$, 递减区间为 $\left(2,\dfrac{1}{a}\right)$;

当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时, $f(x)$ 的递增区间为 $(0,+\infty)$, 无递减区间;

当 $a>\dfrac{1}{2}$ 时, $f(x)$ 的递增区间为 $\left(0,\dfrac{1}{a}\right)$, $(2,+\infty)$, 递减区间为 $\left(\dfrac{1}{a},2\right)$. ……………… 5 分

(2) $\because a\in[2,3]$, 所以 $\dfrac{1}{a}<1$, 由(1)知

当 $x\in[1,2]$ 时, $f'(x)<0$, 所以函数 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上单调递减.

则 $f(x)_{max}=f(1)=a-2$, $f(x)_{min}=f(2)=2a-2-(2a+1)\ln 2$. ……………………………… 7 分

$\because$ 对 $\forall x_1,x_2\in[1,2]$, 不等式 $m+\ln 2>|f(x_1)-f(x_2)|$ 恒成立,

$\therefore m+\ln 2>f(x)_{max}-f(x)_{min}=a-2-(2a-2-(2a+1)\ln 2)=(2\ln 2-1)a+\ln 2-1$,

即 $m>(2\ln 2-1)a-1$ 对 $\forall a\in[2,3]$ 恒成立. ……………………………… 10 分

令 $\varphi(a)=(2\ln 2-1)a-1$,

则函数 $\varphi(a)$ 在 $[2,3]$ 上单调递增,

所以只需 $m>\varphi(3)=6\ln 2-4$.

所以 $m>6\ln 2-4$. ……………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。