

2021届“3+3+3”高考备考诊断性联考卷（二）

文科数学

注意事项:

1. 答题前, 考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.
2. 每小题选出答案后, 用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回. 满分150分, 考试用时120分钟.

一、选择题 (本大题共12小题, 每小题5分, 共60分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{x | 3 \leq x < 7\}$, $B = \{x | x^2 - 12x + 20 < 0\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{x | x \geq 10 \text{ 或 } x \leq 2\}$ B. $\{x | x \geq 10 \text{ 或 } x \leq 2 \text{ 或 } 3 \leq x < 7\}$
 C. $\{x | x \geq 10\}$ D. $\{x | 3 \leq x < 7\}$

2. 设复数 $z = i$, 则复数 z 的虚部为

- A. 0 B. 1
 C. i D. -1

3. 在古典概型中, 若 A, B 为互斥但不对立事件, 则

- A. $P(A) + P(B) < 1$ B. $P(A) + P(B) > 1$
 C. $P(A) + P(B) \leq 1$ D. $P(A) + P(B) = 1$

4. $\frac{\tan 1^\circ + \tan 44^\circ}{1 - \tan 1^\circ \tan 44^\circ} =$

- A. 1 B. -1
 C. 2 D. -2

5. “石龙对石虎, 金银万万五, 谁能识得破, 买进成都府”. 这个民谣在彭山地区流传了三百多年, 2020年彭山江口沉银遗址水下考古取得重大突破, 出水文物超过10000件, 实证确认了“张献忠江口沉银”以及“木鞘藏金”的传说. “木鞘藏金”指的是可视为圆柱的木料内放置了一个可视为球体的金疙瘩, 这个金疙瘩与木料的底面和侧面都相切, 则这个金疙瘩的体积与该木鞘(这个圆柱体)的体积之比为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$
 C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

6. 在等腰直角三角形 ABC 中, 角 B 为直角, 且 $AB = 1$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} =$

- A. $1 + \sqrt{2}$ B. $1 - \sqrt{2}$
 C. -1 D. 1

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 若满足 $\frac{a}{b} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2}+B)}{\cos(2\pi-A)}$, 则该三角形的形状为
- A. 等腰三角形
B. 直角三角形
C. 等腰直角三角形
D. 等腰三角形或直角三角形
8. 函数 $f(x) = \frac{x}{e^x}$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线斜率为
- A. -1
B. 1
C. 0
D. $\frac{1}{e}$
9. 若等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $a_1 a_{10} = 9$, 则 $\log_9 a_1 + \log_9 a_2 + \dots + \log_9 a_{10} =$
- A. 6
B. 5
C. 4
D. $1 + \frac{\log_3 5}{2}$
10. 已知双曲线方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 左焦点 F_1 关于一条渐近线的对称点在另一条渐近线上, 则该双曲线的离心率为
- A. $\sqrt{2}$
B. 2
C. $2\sqrt{2}$
D. $4\sqrt{2}$
11. 某同学为了模拟测定圆周率, 设计如下方案: 点 $A(x, y)$ 满足 $|x| + |y| \leq 1$, 向圆 $x^2 + y^2 = 1$ 内扔入 N 粒黄豆, 其中落在不等式表示区域内的粒数为 M , 则圆周率为
- A. $\frac{N}{M}$
B. $\frac{2N}{M}$
C. $\frac{3N}{M}$
D. $\frac{4N}{M}$
12. 已知直线 $kx - y = 0 (k < 0)$ 与函数 $y = \cos(x + \frac{\pi}{6})$ 的图象有且仅有两个公共点, 若这两个公共点的横坐标分别为 α, β , 且 $\alpha < \beta$, 则下列说法正确的是
- A. $\tan(\beta + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{\beta}$
B. $\tan(\alpha + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{\alpha}$
C. $\tan(\alpha + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{\beta}$
D. $\tan(\beta + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{\alpha}$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. $\left(\frac{125}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot e^{\ln 2} = \underline{25}$

14. 函数 $f(x) = \sin 2x + \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的最大值为 $\underline{2}$

15. 对于如图 1 所示的程序, 若输入的 $x=2$, 则输出的数为 $\underline{-}$

```

INPUT x
IF x < 0 THEN
x = x^2
END IF
PRINT x
END
    
```

图 1

16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 P 是 $y=x+2$ 上的动点, 过点 P 作圆 $C: x^2-4x+y^2=0$ 的切线, 切点为 A, B , 当直线 AB 的斜率为正时, 直线 AB 在 x 轴和 y 轴上的截距之和的最大值为 $\underline{2}$

三、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = n^2 + \frac{1}{2}n$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = a_n + \frac{1}{2}$, 求数列 $\left\{\frac{1}{b_n \cdot b_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

如图 2, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 三角形 ABC 为等腰直角三角形且 $\angle ABC=90^\circ$, 侧棱 PA, PB, PC 相等且 $PC=AC=4$, O 为 AC 的中点.

(1) 求证: 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC ;

(2) 求直线 PB 与平面 ABC 所成角的正弦值.

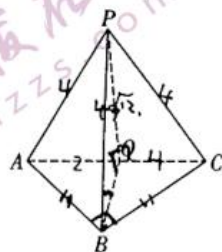


图 2

19. (本小题满分 12 分)

新疆拥有巨大的植棉气候优势, 日照时间长, 光线充足, 生长周期长, 昼夜温差大, 常年供不应求, 品质属于世界顶级, 植保无人机、打包采棉机、残膜回收机、智能深翻犁、……, 这些智能机器, 受到越来越多新疆棉农的青睐, 新疆棉花生产早已经实现高度机械化, 即使在忙碌的采摘季节, 也不需要大量的“采棉工”. 下表是新疆长绒棉近年来产量表:

年份	2015	2016	2017	2018	2019	2020
年份代码 x	1	2	3	4	5	6
年产量 y (百万吨)	6.6	6.7	7	7.1	7.2	7.4

(1) 根据表中数据, 建立 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$;

(2) 根据线性回归方程预测 2021 年新疆长绒棉的年产量.

附：对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，其回归直线方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最小二

乘估计分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ ， $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ 。

(参考数据： $\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 2.8$ ，计算结果保留到小数点后两位)

20. (本小题满分12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的短轴长为 $2\sqrt{3}$ ， F_1, F_2 为左、右焦点， M 为上顶点， O 为坐标原点，若

$\triangle MOF_2$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 已知斜率存在的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点，点 $P(3, 0)$ 总满足 $\angle APO = \angle BPO$ ，证明：直线 l 过定点，并求出该定点坐标。

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 。

(1) 求函数 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的值域；

(2) 若过点 $(2, t)$ 存在3条直线与曲线 $y = f(x)$ 相切，求 t 的取值范围。

请考生在第22、23两题中任选一题作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致，在答题卡选答区域指定位置答题。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分10分)【选修4-4：坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos^2\beta - \sin^2\beta, \\ y = \frac{\tan\beta}{1 + \tan^2\beta}, \end{cases}$ (β 为参数)，以坐标原点 O 为极点， x 轴

的正半轴为极轴建立极坐标系。

(1) 求曲线 C 的极坐标方程；

(2) 若点 M, N 为曲线 C 上的两点，且满足 $\angle MON = \frac{\pi}{6}$ ，求 $\frac{1}{|OM|^2} + \frac{1}{|ON|^2}$ 的最大值。

23. (本小题满分10分)【选修4-5：不等式选讲】

(1) 已知关于 x 的不等式 $|x-3| + |x-4| < a$ 的解集不是空集，求实数 a 的取值范围；

(2) 已知关于 x 的不等式 $|x-a^2-1| + |x-4a+3| \geq 1$ 恒成立，求实数 a 的取值范围。

2021 届“3+3+3” 高考备考诊断性联考卷（三） 文科数学参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	A	A	B	C	D	C	B	B	B	A

【解析】

1. $\because x^2 - 12x + 20 < 0$, $\therefore 2 < x < 10$. $\therefore A \cap B = \{x | 3 \leq x < 7\}$, 故选 D.

2. $\because z = i$, 所以虚部为 1, 故选 B.

3. 由互斥事件对立事件定义知, 故选 A.

4. $\because \frac{\tan 1^\circ + \tan 44^\circ}{1 - \tan 1^\circ \tan 44^\circ} = \tan 45^\circ = 1$, 故选 A.

5. 设球的半径为 r , $\therefore \frac{V_{\text{球}}}{V_{\text{圆柱}}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2 \cdot 2r} = \frac{2}{3}$, 故选 B.

6. $\because \overline{AB} \cdot \overline{BC} + \overline{BC} \cdot \overline{CA} = 1 \times 1 \times \cos 90^\circ + 1 \times \sqrt{2} \times \cos 135^\circ = -1$, 故选 C.

7. $\because \frac{a}{b} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + B\right)}{\cos(2\pi - A)} = \frac{\cos B}{\cos A}$, 由正弦定理得 $\sin A \cos A = \sin B \cos B$, 即 $\sin 2A = \sin 2B$,

$\therefore A = B$ 或 $A + B = \frac{\pi}{2}$, 故选 D.

8. $\because f'(x) = \frac{1-x}{e^x}$, $\therefore f'(1) = 0$, 故选 C.

9. $\because \log_9 a_1 + \log_9 a_2 + \dots + \log_9 a_{10} = \log_9 [(a_1 a_{10})(a_2 a_9)(a_3 a_8)(a_4 a_7)(a_5 a_6)] = \log_9 9^5 = 5$, 故选 B.

10. 由对称性知两渐近线夹角为 60° , $\therefore \frac{b}{a} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$, $\therefore e = 2$, 故选 B.

11. 由几何概型知 $\frac{4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right)}{\pi \times 1^2} = \frac{M}{N}$, $\therefore \pi = \frac{2N}{M}$, 故选 B.

12. 由题知, 直线 $kx - y = 0 (k < 0)$ 与曲线 $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 在第二象限有一个交点, 在第四象限

有一个切点，由切点在切线上，切点在曲线上，曲线在切点的斜率等于曲线在切点的导

$$\text{数值知} \begin{cases} k\beta = \cos\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right), \\ k = -\sin\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right) \end{cases} \Rightarrow \tan\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{\beta}, \text{ 故选 A.}$$

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	$\frac{18}{25}$	$\sqrt{3}$	2	0

【解析】

13. $\left(\frac{125}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot e^{\ln 2} = \left(\left(\frac{5}{3}\right)^3\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot 2 = \frac{18}{25}$

14. $\because f(x) = \sin 2x + \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right), \therefore f(x)_{\max} = \sqrt{3}.$

15. $\because f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0, \\ x, & x \geq 0, \end{cases} \therefore f(2) = 2.$

16. 设 $P(a, a+2)$ ，已知圆的方程为 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ ，所以直线 AB 的方程为 $(a-2)(x-2) + (a+2)y = 4$ ，即 $a(x+y-2) + 2(y-x) = 0$ ，所以直线 AB 过定点 $(1, 1)$ ，令直线 AB 斜率为 k ，所以直线 AB 方程为 $y-1 = k(x-1)$ ，所以直线与 x 轴交点坐标为 $\left(\frac{k-1}{k}, 0\right)$ ，与 y 轴交点坐标为 $(0, 1-k)$ ，所以截距之和为 $1-k + \frac{k-1}{k} = 2 - \left(k + \frac{1}{k}\right) \leq 2 - 2 = 0$ ，当且仅当 $k=1$ 时成立。

三、解答题（共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 12 分）

解：（1）当 $n=1$ 时， $a_1 = S_1 = \frac{3}{2}$ ，.....（1 分）

当 $n \geq 2$ 时， $a_n = S_n - S_{n-1} = 2n - \frac{1}{2}$ ，.....（4 分）

经验证 $n=1$ 满足 $a_n = 2n - \frac{1}{2}$ ，.....（5 分）

$\therefore a_n = 2n - \frac{1}{2}$ ，.....（6 分）

(2) $\because b_n = a_n + \frac{1}{2}, \therefore b_n = 2n, \dots\dots\dots (8 \text{分})$

$\therefore \frac{1}{b_n b_{n+1}} = \frac{1}{2n \times 2(n+1)} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right),$
 $\dots\dots\dots (10 \text{分})$

$\therefore T_n = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{n}{4(n+1)}.$
 $\dots\dots\dots (12 \text{分})$

18. (本小题满分 12 分)

(1) 证明: $\because \triangle PAC$ 为等边三角形, O 为 AC 的中点,
 $\therefore PO \perp AC. \dots\dots\dots (1 \text{分})$

$\because PA = PB = AC = 4, \therefore AO = BO = 2.$
 $\therefore PO = 2\sqrt{3}. \dots\dots\dots (3 \text{分})$

在 $\triangle PBO$ 中, $\because PB^2 = PO^2 + BO^2, \therefore \angle POB = 90^\circ,$
 即 $PO \perp OB. \dots\dots\dots (4 \text{分})$

又 $\because AO \cap BO = O, \dots\dots\dots (5 \text{分})$

$\therefore PO \perp$ 平面 $ABC. \dots\dots\dots (6 \text{分})$

$\because PO \subset$ 平面 $PAC,$
 \therefore 平面 $PAC \perp$ 平面 $ABC. \dots\dots\dots (7 \text{分})$

(2) 解: $PO \perp$ 平面 $ABC, \therefore \angle PBO$ 为直线 PB 与平面 ABC 所成的角,
 $\dots\dots\dots (8 \text{分})$

$\because PO = 2\sqrt{3}, BO = 2, PB = 4,$
 $\therefore \sin \angle PBO = \frac{\sqrt{3}}{2}. \dots\dots\dots (12 \text{分})$

19. (本小题满分 12 分)

解: (1) 由题意可知: $\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3.5,$
 $\dots\dots\dots (1 \text{分})$

$\bar{y} = \frac{6.6+6.7+7+7.1+7.2+7.4}{6} = 7, \dots\dots\dots (2 \text{分})$

$$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 = (-2.5)^2 + (-1.5)^2 + (-0.5)^2 + 0.5^2 + 1.5^2 + 2.5^2 = 17.5,$$

..... (4分)

$$\text{所以 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{2.8}{17.5} = 0.16,$$

..... (5分)

$$\text{又 } \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 7 - 0.16 \times 3.5 = 6.44,$$

..... (6分)

故 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 0.16x + 6.44$.

..... (7分)

(2) 由 (1) 可得, 当年份为 2021 年时, 年份代码为 $x = 7$,

..... (9分)

$$\text{此时 } \hat{y} = 0.16 \times 7 + 6.44 = 7.56.$$

所以可预测 2021 年新疆长绒棉年产量约为 7.56 百万吨.

..... (12分)

20. (本小题满分 12 分)

(1) 解: 椭圆短轴长为 $2\sqrt{3}$,

$$\therefore b = \sqrt{3}.$$

..... (1分)

$$\because S_{\triangle MOF_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore \frac{1}{2}bc = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore c = 1, a^2 = 4.$$

..... (3分)

$$\therefore \text{椭圆方程为 } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1.$$

..... (4分)

(2) 证明: 当直线 l 与椭圆交于 x 轴同侧时,

有 P, A, B 三点共线, 即 $\angle APO = \angle BPO$,

此时直线 l 过定点 $P(3, 0)$.

..... (6分)

当直线 l 与椭圆交于 x 轴两侧时,

$$\because \angle APO = \angle BPO, \therefore k_{AP} + k_{BP} = 0.$$

..... (7分)

令直线 AB 方程为 $y = kx + m$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$,

$$\therefore \begin{cases} y = kx + m, \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1, \end{cases} \quad \text{即 } (3+4k^2)x^2 + 8kmx + (4m^2-12) = 0,$$

$$\therefore \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{8km}{3+4k^2}, \\ x_1 x_2 = \frac{4m^2-12}{3+4k^2}, \end{cases} \quad \dots\dots\dots (8 \text{分})$$

$$\therefore k_{AP} + k_{BP} = \frac{y_1}{x_1-3} + \frac{y_2}{x_2-3} = \frac{2k(x_1x_2) + (m-3k)(x_1+x_2) - 6m}{x_1x_2 - 3(x_1+x_2) + 9} = 0,$$

$$\text{即 } 2k \cdot \frac{4m^2-12}{3+4k^2} + (m-3k) \left(-\frac{8km}{3+4k^2} \right) - 6m = 0,$$

$$\therefore k = -\frac{3}{4}m, \quad \dots\dots\dots (10 \text{分})$$

所以直线方程为 $y = -\frac{3}{4}mx + m$,

所以直线过定点 $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$, $\dots\dots\dots (11 \text{分})$

综上, 直线过定点 $(3, 0)$ 或 $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$. $\dots\dots\dots (12 \text{分})$

21. (本小题满分 12 分)

解: (1) $\because f'(x) = 3x^2 - 3$, 令 $f'(x) = 0$,

$\therefore x = \pm 1$. $\dots\dots\dots (2 \text{分})$

x	0	(0, 1)	1	(1, 2)	2
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	0	\searrow	极小值 -2	\nearrow	2

$\therefore f(x)$ 的值域为 $[-2, 2]$. $\dots\dots\dots (5 \text{分})$

(2) 设切点为 $(x_0, x_0^3 - 3x_0)$, 切线斜率为 $k = f'(x_0) = 3x_0^2 - 3$,

所以切线方程为 $y - (x_0^3 - 3x_0) = (3x_0^2 - 3)(x - x_0)$. $\dots\dots\dots (7 \text{分})$

\because 切线过 $(2, t)$,

\therefore 切线方程为 $t - (x_0^3 - 3x_0) = (3x_0^2 - 3)(2 - x_0)$,

即 $2x_0^3 - 6x_0^2 + 6 + t = 0$, $\dots\dots\dots (8 \text{分})$

曲线有三条切线等价于方程 $2x_0^3 - 6x_0^2 + 6 + t = 0$ 有三个解,

令 $g(x_0) = 2x_0^3 - 6x_0^2 + 6 + t$,

$\therefore g'(x_0) = 6x_0^2 - 12x_0 = 6x_0(x_0 - 2)$,

$\therefore g'(x_0) = 0$,

$\therefore x = 0$ 或 $x = 2$ (9分)

x	$(-\infty, 0)$	0	$(0, 2)$	2	$(2, +\infty)$
$g'(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	\nearrow	极大值 $6+t$	\searrow	极小值 $t-2$	\nearrow

方程 $2x_0^3 - 6x_0^2 + 6 + t = 0$ 有三个解等价于 $\begin{cases} 6+t > 0, \\ t-2 < 0, \end{cases}$

即 $-6 < t < 2$ (12分)

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

解: (1) $\begin{cases} x = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta, \\ y = \frac{\tan \beta}{1 + \tan^2 \beta}, \end{cases}$ (β 为参数), 消去 β ,

$\therefore x^2 + 4y^2 = 1 (x \neq -1)$ (2分)

令 $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$,

$\therefore (\rho \cos \theta)^2 + 4(\rho \sin \theta)^2 = 1 (\theta \neq \pi + 2k\pi, k \in \mathbf{Z})$.
..... (4分)

$\therefore \rho^2 = \frac{1}{1 + 3\sin^2 \theta} (\theta \neq \pi + 2k\pi, k \in \mathbf{Z})$ (5分)

(2) 不妨设 $M(\rho_1, \theta)$, $N(\rho_2, \theta + \frac{\pi}{6})$,

则 $|OM| = \rho_1$, $|ON| = \rho_2$, (6分)

$\therefore \frac{1}{|OM|^2} + \frac{1}{|ON|^2} = 1 + 3\sin^2 \theta + 1 + 3\sin^2(\theta + \frac{\pi}{6})$
 $= 5 - \frac{3\sqrt{3}}{2} \cos(2\theta + \frac{\pi}{6}) \leq 5 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$ (9分)

当且仅当 $\theta = \frac{5\pi}{12} + k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$ 取等号. (10分)

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

解: (1) 设 $f(x) = |x-3| + |x-4|$,

其几何意义为 x 轴上的动点到 $(3, 0)$, $(4, 0)$ 的距离之和,

..... (1 分)

当动点位于 $(3, 0)$, $(4, 0)$ 之间时, $f(x)_{\min} = 1$,

..... (3 分)

\therefore 该不等式解集非空, 所以 $a > 1$.

..... (5 分)

(2) 设 $g(x) = |x-a^2-1| + |x-4a+3|$,

$\therefore g(x) = |x-a^2-1| + |x-4a+3| \geq |x-a^2-1-x+4a-3| = |-a^2+4a-4| = (a-2)^2$.

..... (8 分)

$\therefore (a-2)^2 \geq 1$.

..... (9 分)

即 $a \geq 3$ 或 $a \leq 1$.

..... (10 分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。

总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》