

秘密★启用前

## 2023 届“3+3+3” 高考备考诊断性联考卷（一） 文科数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分 150 分，考试用时 120 分钟。

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

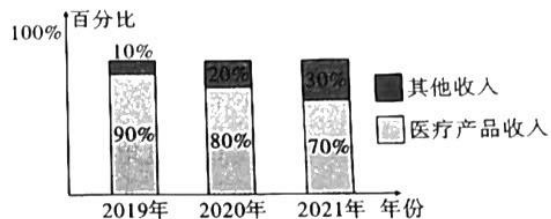
1. 已知集合  $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{y | y = 2^x\}$ , 则  $A \cap B$  表示的集合为

- A.  $\{-1\}$                       B.  $\{-1, 0\}$                       C.  $\{1, 2\}$                       D.  $\{0, 1, 2\}$

2. 复数  $z = \frac{3-i}{1+i} - 1$ , 则  $|z| =$

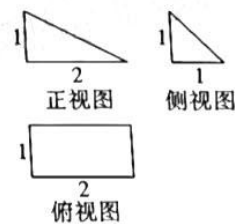
- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{5}$                       C. 2                      D. 5

3. 某医疗公司引进新技术设备后，销售收入（包含医疗产品收入和其他收入）逐年翻一番，据统计该公司销售收入情况如图 1 所示，则下列说法错误的是



- A. 该地区 2021 年的销售收入是 2019 年的 4 倍  
 B. 该地区 2021 年的医疗产品收入比 2019 年和 2020 年的医疗产品收入总和还要多  
 C. 该地区 2021 年其他收入是 2020 年的其他收入的 3 倍  
 D. 该地区 2021 年的其他收入是 2019 年的其他收入的 6 倍

4. 我国古代数学名著《九章算术》对立体几何有深入的研究，从其中一些数学用语可见，譬如“阳马”意指底面为矩形，一侧棱垂直于底面的四棱锥。某“阳马”的三视图如图 2 所示，则它的最长侧棱与底面所成角的正切值为



- A.  $\frac{1}{2}$                       B. 1                      C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

5. 已知焦点在坐标轴上且中心在原点的双曲线的一条渐近线方程为  $2y = x$ , 若该双曲线过点  $(1, 1)$ , 则它的方程为

- A.  $4y^2 - x^2 = 3$                       B.  $4x^2 - y^2 = 3$                       C.  $2y^2 - x^2 = 1$                       D.  $2x^2 - y^2 = 1$

文科数学·第 1 页（共 4 页）

6. 若不等式组  $\begin{cases} x \geq 0, \\ x+y \geq 2, \\ 3x+y \leq 5, \end{cases}$  所表示的平面区域被直线  $x=m(y-2)$  分成面积相等的两部分, 则实数  $m$  的值为
- A. 1                                      B.  $\frac{1}{2}$                                       C.  $\frac{1}{3}$                                       D.  $\frac{1}{4}$
7. 已知直线  $(m+2)x+(m-1)y-2m-1=0 (m \in \mathbf{R})$  与圆  $C: x^2-4x+y^2=0$ , 则下列说法错误的是
- A. 对  $\forall m \in \mathbf{R}$ , 直线恒过一定点  
B.  $\exists m \in \mathbf{R}$ , 使直线与圆相切  
C. 对  $\forall m \in \mathbf{R}$ , 直线与圆一定相交  
D. 直线与圆相交且直线被圆所截得的最短弦长为  $2\sqrt{2}$
8. 以下关于  $f(x) = \sin x \cos x - \cos^2 x + \frac{1}{2}$  的命题, 正确的是
- A. 函数  $f(x)$  在区间  $(0, \frac{2\pi}{3})$  上单调递增  
B. 直线  $x = \frac{\pi}{8}$  是函数  $y=f(x)$  图象的一条对称轴  
C. 点  $(\frac{\pi}{4}, 0)$  是函数  $y=f(x)$  图象的一个对称中心  
D. 将函数  $y=f(x)$  图象向左平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位, 可得到  $y = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x$  的图象
9. 在  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别为角  $A, B, C$  的对边, 且满足  $b-a=2b\sin^2 \frac{C}{2}$ , 则  $\triangle ABC$  的形状为
- A. 直角三角形                                      B. 等边三角形  
C. 直角三角形或等腰三角形                                      D. 等腰直角三角形
10. 小明家订了一份牛奶, 送奶人可能在早上 6:30~7:00 之间把牛奶送到小明家, 小明出门去上学的时间在早上 6:50~7:10 之间, 则小明在离开家之前能得到牛奶的概率是
- A.  $\frac{1}{12}$                                       B.  $\frac{2}{3}$                                       C.  $\frac{7}{8}$                                       D.  $\frac{11}{12}$
11. 已知符号函数  $\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0, \end{cases}$  函数  $f(x)$  满足  $f(1-x) = f(1+x)$ ,  $f(x+2) = f(x)$ , 当  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x) = \sin(\frac{\pi}{2}x)$ , 则
- A.  $\operatorname{sgn}(f(x)) > 0$                                       B.  $f(\frac{4041}{2}) = 1$   
C.  $\operatorname{sgn}(f(2k)) = 0 (k \in \mathbf{Z})$                                       D.  $\operatorname{sgn}(f(2k)) = |\operatorname{sgn} k| (k \in \mathbf{Z})$
12. 已知直线  $l$  与曲线  $y=e^x$  相切, 切点为  $P$ , 直线  $l$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于点  $A, B, O$  为坐标原点. 若  $\triangle OAB$  的面积为  $\frac{1}{e}$ , 则点  $P$  的个数是
- A. 1                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 4

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知向量  $a=(1, 3)$ ,  $b=(3, 4)$ , 若  $(ma-b) \parallel (a+b)$ , 则  $m=$  \_\_\_\_\_.

14. 153 与 119 的最大公约数为 \_\_\_\_\_.

15. 若  $a = \frac{(1-\log_6 3)^2 + \log_6 2 \cdot \log_6 18}{\log_6 2}$ , 则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

16. 如图 3, 已知正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 2,  $M, N, P$  分别为棱  $AA_1, CC_1, AD$  的中点,  $Q$  为该正方体表面上的点, 若  $M, N, P, Q$  四点共面, 则点  $Q$  的轨迹围成图形的面积为 \_\_\_\_\_.

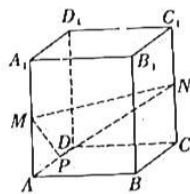


图 3

三、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

随着人民生活水平的不断提高, “衣食住行” 愈发被人们所重视, 其中对饮食的要求也愈来愈高. 某地区为了解当地餐饮情况, 随机抽取了 100 人对该地区的餐饮情况进行了问卷调查. 请根据下面尚未完成并有局部污损的频率分布表和频率分布直方图 (如图 4), 解决下列问题.

组别	分组	频数	频率
第 1 组	[50, 60)	14	0.14
第 2 组	[60, 70)	$m$	.
第 3 组	[70, 80)	36	0.36
第 4 组	[80, 90)	.	0.16
第 5 组	[90, 100)	4	$n$
	合计	.	.

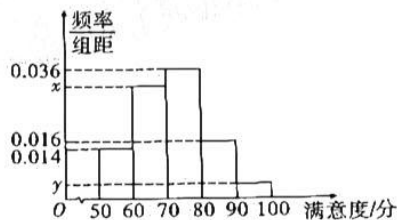


图 4

(1) 求  $m, n, x, y$  的值;

(2) 求中位数;

(3) 用分层抽样的方式从第四、第五组抽取 5 人, 再从这 5 人中随机抽取 2 人参加某项美食体验活动, 求抽到的 2 人均来自第四组的概率.

18. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  是递增的等比数列. 设其公比为  $q$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ , 并且满足  $a_1+a_5=34$ , 8 是  $a_2$  与  $a_4$  的等比中项.

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $b_n = n \cdot a_n$ ,  $T_n$  是  $b_n$  的前  $n$  项和, 求使  $T_n - n \cdot 2^{n+1} > -100$  成立的最大正整数  $n$  的值.

19. (本小题满分 12 分)

如图 5, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是平行四边形,  $PD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AD=BD=1$ ,  $AB=\sqrt{2}$ .

(1) 求证: 平面  $PBD \perp$  平面  $PBC$ ;

(2) 若二面角  $P-BC-D$  的大小为  $60^\circ$ , 求点  $D$  到  $PBC$  的距离.

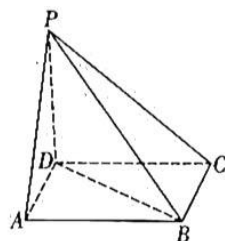


图 5

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  过点  $(1, \frac{\sqrt{6}}{2})$ , 且离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 已知直线  $l: y = mx + 2$  与椭圆交于不同的两点  $P, Q$ , 那么在  $x$  轴上是否存在点  $M$ , 使  $MP = MQ$  且  $MP \perp MQ$ , 若存在, 求出该直线的方程; 若不存在, 请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = a \ln x + 2x^2$ ,  $g(x) = \frac{e^x}{x} - 2x^2 - ax (a \in \mathbf{R})$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的单调性;

(2) 若  $F(x) = f(x) + g(x)$ , 求当  $F(x) \geq 0$  时,  $a$  的取值范围.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致, 在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \sqrt{3}(\sin\theta - \cos\theta) \\ y = \sqrt{2}(\sin\theta + \cos\theta) \end{cases}$ , ( $\theta$  为参数), 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho \cos(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(1) 求直线  $l$  和曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 从原点  $O$  引一条射线分别交曲线  $C$  和直线  $l$  于  $M, N$  两点, 求  $\frac{12}{|OM|^2} + \frac{1}{|ON|^2}$  的最大值.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数  $f(x) = |x+a| + |x - \frac{a}{2}|$ .

(1) 当  $a=2$  时, 求不等式  $f(x) \leq 5$  的解集;

(2) 设  $a > 0, b > 0$  且  $f(x)$  的最小值为  $m$ , 若  $m + \frac{3}{2}b = 3$ , 求  $\frac{3}{a} + \frac{2}{b}$  的最小值.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线