

上饶市 2023 届第一次高考模拟考试理科数学

参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	B	A	C	D	C	D	B	B	C	C	A	A

13. 1 14. 20π 15. $-5-5\sqrt{2}$ 16. $P_1P_3 + P_2P_3 - P_1P_2P_3$

1. 解: $A = \{x | x \leq -4 \text{ 或 } x \geq 1\}$, 所以 $A \cap B = \{1, 2\}$, 故选 B

2. 解: 由题意得, $z = \frac{(1+i)}{(2-i)} = \frac{(1+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{1+3i}{5}$, $|z| = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{5}$

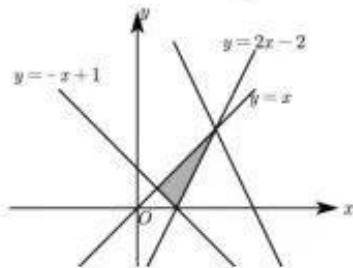
故选 A

3. 解: 由题意知 $a_1 = -5d, d = 1$, 所以 $a_3 = 2$, 故选 C

4. 解: 由二项展开式通项公式可得 $T_{r+1} = C_6^r x^{2(6-r)} \left(-\frac{2}{x}\right)^r = C_6^r (-2)^r x^{12-3r}$, 令 $12 - 3r = 0$ 解得 $r = 4$,

所以常数项 $T_5 = C_6^4 (-2)^4 = 240$, 故选 D

5. 解: 画出可行区域如图, 由 $z = 2x + y$ 得 $y = -2x + z$, 则当直线 $y = -2x + z$ 经过点 $(2, 2)$ 时, z 取最大值, $z_{\max} = 8$. 故选: C.



6. 解: $F\left(0, \frac{m}{4}\right)$, $B(2, 0)$, $\therefore A\left(1, \frac{m}{8}\right)$, 代入抛物线

方程得 $m = 2\sqrt{2}$. 故选 D 来源: 高三答案公众号

7. 解: $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$, $\tan \beta = \tan(\alpha - (\alpha - \beta)) = -1$. 故选 B

8. 解：设P的投影为O且 $PO = xm$ ，在 $Rt\triangle DEC$ 中， $\angle PCO = \frac{\pi}{3}$ ，所以

$$CO = \frac{x}{\sqrt{3}},$$

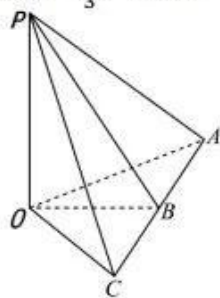
在 $Rt\triangle POB$ 中， $\angle PBO = \frac{\pi}{4}$ ，所以 $BO = x$ ，

在 $Rt\triangle PAO$ 中， $\angle PAO = \frac{\pi}{6}$ ，所以 $AO = \sqrt{3}x$ ，

在 $\triangle BOC$ 和 $\triangle BOA$ 中分别用余弦定理得 $\cos \angle OBC +$

$$\cos \angle OBA = \frac{x^2+400-\frac{x^2}{3}}{40x} + \frac{x^2+400-3x^2}{40x} = 0, \text{ 解得 } x = 10\sqrt{6}.$$

故选：B.



9. 解：作截面如图，其中G和H分别为AB和AA'的三等分点，所以周长为 $\frac{8\sqrt{2}}{3} + \frac{40}{3}$. 选 C

10. 解：由题知 $f(x) = \cos\left(\frac{2}{3}x + \varphi\right)$ 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称， $\therefore \varphi = -\frac{\pi}{6} - k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$$f(x) = \cos\left(\frac{2}{3}x - \frac{\pi}{6} + k\pi\right), \therefore f(x) = 0 \text{ 等价于 } \cos\left(\frac{2}{3}x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

由图可知a的最小值为 $\frac{5\pi}{2}$. 故选 C

11. 设切点为N，连接ON，作 F_2 作 $F_2N \perp MN$ ，垂足为A，由 $|ON| = a$ ，且ON为 $\triangle F_1F_2A$ 的中位线，可得

$$|F_2A| = 2a, |F_1N| = \sqrt{c^2 - a^2} = b,$$

即有 $|F_1A| = 2b$ ，

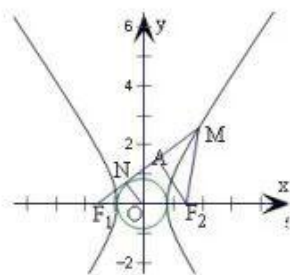
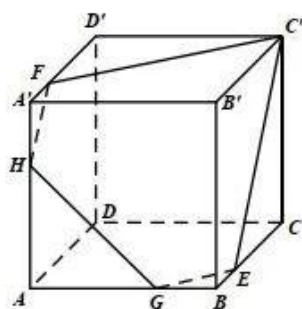
在直角三角形 $\triangle MF_2A$ 中，可得 $|MF_2| = 2\sqrt{2}a$ ，即

有 $|MF_1| = 2b + 2a$ ，

由双曲线的定义可得 $|MF_1| - |MF_2| = 2b + 2a - 2\sqrt{2}a = 2a$ ，可得 $b =$

$\sqrt{2}a$ ，所以 $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3}a$ ，所以 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{3}$ ，故选 A.

12. 若 $x = \frac{4}{3}, a = x - 1, b = x \ln x$ ，令 $f(x) = x \ln x - (x - 1)$





$f'(x) = \ln x + 1 - 1 = 0, x = 1, f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, $f(x) > f(1) = 0$

$\therefore \frac{4}{3} \ln \frac{4}{3} > \frac{1}{3}$, 即 $c > a$ 来源: 高三答案公众号

$$\left(1 + \frac{1}{3}\right)^6 = C_6^0 \left(\frac{1}{3}\right)^0 + C_6^1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 + \dots + C_6^6 \left(\frac{1}{3}\right)^6 > C_6^0 \left(\frac{1}{3}\right)^0 + C_6^1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 = 3 > e,$$

$$\therefore 1 + \frac{1}{3} > e^{\frac{1}{6}}, \frac{1}{3} > e^{\frac{1}{6}} - 1$$

又 $\sin \frac{1}{6} < \frac{1}{6} \therefore \frac{1}{3} > e^{\frac{1}{6}} - 1 > e^{\sin \frac{1}{6}} - 1$, 即 $a > b$

$$\therefore b < a < c$$

故选 A

13. 解: 本题考查向量数量积运算. 因为 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 2$, 所以 $|\vec{b}| = 1$,

$$\text{所以 } (\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b}^2 = \vec{a}^2 - |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \theta - 2\vec{b}^2 = 4 -$$

$2 \times 1 \times \frac{1}{2} - 2 \times 1 = 1$. 故答案为: 1.

14. 解: 设圆锥底面圆的半径为 r , 高为 h , 则 $\pi r^2 = 16\pi, r = 4$,

$$\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = 16\pi, \therefore h = 3, \text{ 母线长等于 } 5, \text{ 圆锥侧面积为 } 20\pi.$$

$$15. \text{ 解: } \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \cdot (-1)^{n-1} + \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \cdot (-1)^n = (-1)^{n-1} \cdot \sqrt{2},$$

$a_{n+2} = -2a_n$, 该数列奇数项和偶数项分别是公比为 -2 的等比数列,

$$S_8 = -5 - 5\sqrt{2}.$$

16. 当 T_1 处接入 a 时能正常工作的概率 $P' = P_1[1 - (1 - P_2)(1 - P_3)] =$

$$P_1P_2 + P_1P_3 - P_1P_2P_3$$

同理可知当 T_1 处接入 b 时能正常工作的概率 $P'' = P_1P_2 + P_2P_3 - P_1P_2P_3$

当 T_1 处接入 c 时能正常工作的概率 $P''' = P_1P_3 + P_2P_3 - P_1P_2P_3$

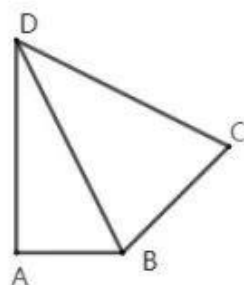
因为 $0 < P_1 < P_2 < P_3 < 1$, 所以 $P''' > P'$, 且 $P''' > P''$,

所以此电路正常工作的最大概率是 $P_1P_3 + P_2P_3 - P_1P_2P_3$

17. 解: (1) $\cos \angle ABD = \cos \left(\frac{3\pi}{4} - \angle DBC \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{10}}{10} +$

$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ----- (4分)

$\therefore BD = \sqrt{5}, AD = 2.$ ----- (6分)



(2) 以 A 为原点, AB 为 x 轴正半轴建立平面直角坐标系,

则 $A(0,0), B(1,0), C(2,1), D(0,2)$

$\overrightarrow{AC} = (2,1), \overrightarrow{BD} = (-1,2), \therefore \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0, \therefore AC \perp BD.$ ----- (12分)

18. 解: (1) 由题意知 $a + 0.01 + 0.018 + 0.022 + 0.025 + 0.020 = 0.1$, 所以 $a = 0.005$, ----- (2分)

设某学生每天运动时间不低于 20 分钟为事件 A, 该学生是运动族

为事件 B, 则 $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0.25}{0.72} = \frac{25}{72}$ ----- (5分)

(2) 由题意知样本里共有“运动族”学生 25 人, 其中 20 人每天平均运动时间 40-50 分钟, 所以 X 的所有可能取值为 0, 1, 2

$$P(X=0) = \frac{C_5^2}{C_{25}^2} = \frac{1}{30}$$

$$P(X=1) = \frac{C_5^1 C_{20}^1}{C_{25}^2} = \frac{1}{3}$$

$$P(X=2) = \frac{C_{20}^2}{C_{25}^2} = \frac{19}{30}$$

所以分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{19}{30}$

----- (10分)

$EX = 0 \times \frac{1}{30} + 1 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{19}{30} = \frac{8}{5}$

----- (12分)

19. 解: (1) 取 BC 中点为 O, 连接 EO, AO, 则 $AO \perp$ 平面 BCDE, $\therefore AO \perp BD$, 又 $AE \perp BD$,

$\therefore BD \perp$ 平面 AEO , ----- (3 分)

$\therefore BD \perp EO$, 由 $\triangle EBO$ 相似于 $\triangle DEB$ 可得 $BE = 4$. ----- (5 分)

(2) 如图, 以 O 为原点建立空间直角坐标系, $A(0, 2\sqrt{6}, 0)$,

$D(2\sqrt{2}, 0, 4) B(-2\sqrt{2}, 0, 0), E(-2\sqrt{2}, 0, 4), \overrightarrow{AE} = (-2\sqrt{2}, -2\sqrt{6}, 4), \overrightarrow{BE} =$

$(0, 0, 4), \overrightarrow{DE} = (-4\sqrt{2}, 0, 0)$, 来源: 高三答案公众号 ----- (6 分)

设平面 BAE 的法向量 $\overrightarrow{n_1} = (x_1, y_1, z_1)$, 平面 DAE 的法向量 $\overrightarrow{n_2} = (x_2, y_2, z_2)$, 则有

$$\begin{cases} -2\sqrt{2}x_1 - 2\sqrt{6}y_1 + 4z_1 = 0, \\ 4z_1 = 0 \end{cases}$$

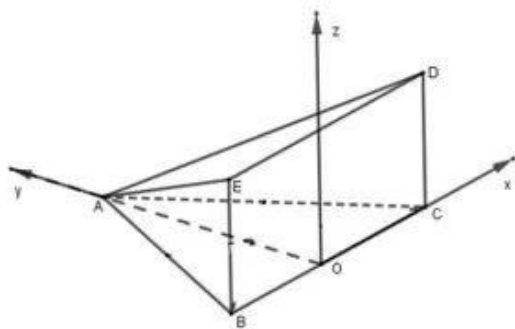
取 $\overrightarrow{n_1} = (-\sqrt{3}, 1, 0)$

$$\text{又有 } \begin{cases} -2\sqrt{2}x_2 - 2\sqrt{6}y_2 + 4z_2 = 0, \\ -4\sqrt{2}x_2 = 0 \end{cases}$$

取 $\overrightarrow{n_2} = (0, \sqrt{6}, 3)$

$$\cos \langle \overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2} \rangle = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

所以所求角的余弦值为 $-\frac{\sqrt{10}}{10}$.



----- (10 分)

----- (12 分)

20. 解: (1) 由题意, 有 $\begin{cases} e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}, \\ 2c = 4 \end{cases}$, 解得 $a = 3, c = 2, b = \sqrt{5}$.

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$; ----- (4 分)

(2) 由题意, 点 E 在 x 轴上方且过点 $F(2, 0)$, 则直线 l 的斜率不为 0,

设直线 l 的方程为 $x = my + 2, P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$, 则 $y_1 > 0, y_2 < 0$,

$$\text{由 } \begin{cases} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \\ x = my + 2 \end{cases}, \text{ 可得 } (5m^2 + 9)y^2 + 20my - 25 = 0,$$

$$\Delta = 4m^2 + 4 \times 8 \left(m^2 + \frac{9}{5}\right) = 36 \times \left(m^2 + \frac{8}{5}\right) > 0, y_1 + y_2 = \frac{-20m}{5m^2 + 9}, y_1 y_2 =$$

$$\frac{-25}{5m^2 + 9}, \text{ ----- (6 分)}$$

$$\text{所以 } \frac{y_1 + y_2}{y_1 y_2} = \frac{4m}{5}, \text{ 即 } my_1 y_2 = \frac{5}{4}(y_1 + y_2),$$

由 $A_1(-3, 0), A_2(3, 0)$,

$$\text{所以 } k_{A_1 P} = \frac{y_1}{x_1 + 3}, \text{ 则直线 } A_1 P \text{ 的方程为 } y = \frac{y_1}{x_1 + 3}(x + 3),$$

令 $x = 0$, 得 $y = \frac{3y_1}{x_1+3}$, 所以 $M\left(0, \frac{3y_1}{x_1+3}\right)$,

所以 $k_{A_2Q} = \frac{y_2}{x_2-3}$, 则直线 A_2Q 的方程为 $y = \frac{y_2}{x_2-3}(x-3)$,

令 $x = 0$, 得 $y = \frac{-3y_2}{x_2-3}$, 所以 $N\left(0, \frac{-3y_2}{x_2-3}\right)$, ----- (8 分)

所以 $\frac{|OM|}{|ON|} = \frac{\left|\frac{3y_1}{x_1+3}\right|}{\left|\frac{-3y_2}{x_2-3}\right|} = \frac{|y_1(x_2-3)|}{|y_2(x_1+3)|} = \frac{|y_1(my_2-1)|}{|y_2(my_1+5)|} = \frac{|my_1y_2-y_1|}{|my_1y_2+5y_2|}$ ----- (10 分)

$= \frac{\left|\frac{5}{4}(y_1+y_2)-2y_1\right|}{\left|\frac{5}{4}(y_1+y_2)+4y_2\right|} = \frac{|y_1+5y_2|}{|5y_1+25y_2|} = \frac{1}{5}$,

所以 $\frac{|OM|}{|ON|} = \frac{1}{5}$. ----- (12 分)

21. 解: (1) 由已知可知 $f'(x) = e^x - a$ ----- (1 分)

① 当 $a \leq 0$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上单调递增; ----- (2 分)

② 当 $a > 0$ 时, 令 $f'(x) = 0$, 则 $x = \ln a$,

当 $x \in (-\infty, \ln a)$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 在单调递减

当 $x \in [\ln a, +\infty)$ 时, $f'(x) \geq 0$, $f(x)$ 在单调递增 ----- (4 分)

(2) 由已知 $h(x) = e^x \sin x - ax$, $h'(x) = e^x(\sin x + \cos x) - a$, 令 $H(x) =$

$h'(x)$, 则 $H'(x) = 2e^x \cos x$.

当 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时, $H'(x) > 0$, $h'(x)$ 单调递增;

当 $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 时, $H'(x) < 0$, $h'(x)$ 单调递减。

$h'(0) = 1 - a$, $h'\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{\frac{\pi}{2}} - a > 0$, $h'(\pi) = -e^\pi - a < 0$. ----- (6 分)

① 当 $0 < a \leq 1$ 时, $1 - a \geq 0$, $h'(0) \geq 0$, \exists 唯一 $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 使得 $h'(x_0) = 0$,

当 $x \in (0, x_0)$ 时, $h'(x) > 0$, $h(x)$ 递增; 当 $x \in (x_0, \pi)$ 时, $h'(x) < 0$, $h(x)$

递减。

因为 $h(0) = 0$, 所以 $h(x_0) > 0$, 又因为 $h(\pi) = -a\pi < 0$,

由零点存在性定理可得, $h(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上仅有一个零

----- (8分)

②当 $1 < a < 3$ 时, $h'(0) = 1 - a < 0$, $\exists x_1 \in (0, \frac{\pi}{2}), x_2 \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 使得

$h'(x_1) = h'(x_2)$, 来源: 高三答案公众号

当 $x \in (0, x_1)$ 和 $x \in (x_2, \pi)$ 时, $h'(x) < 0$, $h(x)$ 单调递减,

当 $x \in (x_1, x_2)$ 时, $h'(x) > 0$, $h(x)$ 单调递增

因为 $h(0) = 0$, 所以 $h(x_1) < 0$, 又因为 $h(\frac{\pi}{2}) = e^{\frac{\pi}{2}} - \frac{\pi}{2}a > e^{\frac{\pi}{2}} - \frac{3\pi}{2} > 0$,

所以 $h(x_2) > h(\frac{\pi}{2}) > 0$,

而 $h(\pi) = -a\pi < 0$, 由零点存在性定理可得, $h(x)$ 在 (x_1, x_2) 和 (x_2, π)

上各有一个零点, 即 $h(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上有 2 个零点.

综上所述, 当 $a \geq 1$ 时, $h(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上仅有一个零点;

当 $1 < a < 3$ 时, $h(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上有 2 个零点. ----- (12分)

22. 解: (1) $\because \rho^2 = \frac{3}{5-3\cos 2\theta} = \frac{3}{5(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - 3(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)} = \frac{4}{\cos^2 \theta + 4\sin^2 \theta}$, 则 $\rho^2 \cos^2 \theta + 4\rho^2 \sin^2 \theta = 4$,

$\therefore x^2 + 4y^2 = 4$, 即 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$,

故曲线 C 的直角坐标方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. ----- (5分)

(2) 将直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{2} + t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数) 代入曲线 C 的

直角坐标方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 得 $\frac{(\sqrt{2} + t \cos \alpha)^2}{4} + (t \sin \alpha)^2 = 1$,

整理得 $(\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha)t^2 + (2\sqrt{2} \cos \alpha)t - 2 = 0$,

设 A, B 两点所对应的参数为 t_1, t_2 , 则 $t_1 + t_2 = -\frac{2\sqrt{2} \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}$, $t_1 t_2 =$

$-\frac{2}{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}$, ----- (7分)

$\therefore \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$, 则 $t_1 = -2t_2$,

联立 $\begin{cases} t_1 = -2t_2 \\ t_1 + t_2 = -\frac{2\sqrt{2} \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha} \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} t_1 = -\frac{4\sqrt{2} \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha} \\ t_2 = \frac{2\sqrt{2} \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha} \end{cases}$,

将 t_1, t_2 代入 $t_1 t_2 = -\frac{2}{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}$ 得 $\left(-\frac{4\sqrt{2} \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}\right) \left(\frac{2\sqrt{2} \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}\right) = -\frac{2}{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}$, 解得 $k^2 = \tan^2 \alpha = \frac{7}{4}$,

故直线 l 的斜率为 $\pm \frac{\sqrt{7}}{2}$. ----- (10 分)

23. 解: (1) 由题意知, 当 $a = 1$ 时, $f(x) = |2x| + |x - 2|$,

$$\text{所以 } f(x) = \begin{cases} -3x + 2, & x < 0 \\ x + 2, & 0 \leq x < 2 \\ 3x - 2, & x \geq 2 \end{cases}$$

因为 $f(x) \leq 4$,

$$\text{所以 } \begin{cases} x < 0 \\ -3x + 2 \leq 4 \end{cases}, \text{ 或 } \begin{cases} 0 \leq x < 2 \\ x + 2 \leq 4 \end{cases}, \text{ 或 } \begin{cases} x \geq 2 \\ 3x - 2 \leq 4 \end{cases}$$

$$\text{解得 } -\frac{2}{3} \leq x \leq 2$$

所以不等式 $f(x) \leq 4$ 的解集为 $[-\frac{2}{3}, 2]$. ----- (5 分)

(2) 由题知, $f(x) = |2x| + |x - 2a|$,

因为对任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) + |x - 2a| \geq a^2 + 4$ 恒成立,

$$\text{所以 } |2x| + 2|x - 2a| = |2x| + |2x - 4a| \geq |2x - 2x + 4a| = |4a| \geq a^2 - 5, \text{ ----- (8 分)}$$

所以 $4|a| \geq a^2 - 5$, $-1 \leq |a| \leq 5$, 所以 $a \in [-5, 5]$



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线