2023届“3+3+3”高考备考诊断性联考卷（二）
数学参考答案

一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	B	A	A	B	C	B

【解析】

1．由 $\log_2 x<3$，解得 $0<x<8$，即 $A=(0,8)$，由 $x(4-x)\geqslant 0$，得 $0\leqslant x\leqslant 4$，则 $0\leqslant y\leqslant 2$，即 $B=[0,2]$，则 $A\cap B=(0,2]$，故选D．

2．法一：由复数乘法运算得 $z^3=\mathrm{i}$，则 $|z^3|=1$，故选C．

法二：由 $|z|=1$，则 $|z^3|=1$，故选C．

3．由题意知，n 只能为1或2，由三角形两边之和大于第三边知 $n=2$，故三角形为直角三角形，故选B．

4．因为 $a=\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{4}{5}}<\left(\frac{3}{4}\right)^{0}=1$，$b=\ln\pi>\ln \mathrm{e}=1$，$c=\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{4}}<\left(\frac{4}{5}\right)^{0}=1$，所以 b 最大，故排除选项C，D；取对数得 $\ln a=\frac{4}{5}\ln\frac{3}{4}$，$\ln c=\frac{3}{4}\ln\frac{4}{5}$，构造函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，则 $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，$f(x)$ 在 $(0,\mathrm{e}]$ 上单调递增，故 $f\left(\frac{4}{5}\right)>f\left(\frac{3}{4}\right)$，即 $\frac{\ln\frac{4}{5}}{\frac{4}{5}}>\frac{\ln\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}$，所以 $\frac{3}{4}\ln\frac{4}{5}>\frac{4}{5}\ln\frac{3}{4}$，即 $\ln c>\ln a$，所以 $c>a$，故选A．

5．$y=\cos x$ 为偶函数，则 $y=\ln(\cos x)$ 为偶函数，又 $\cos x<1$，则 $y=\ln(\cos x)<0$，故选A．

6．总的涂色方案有 $5\times4\times3\times3+5\times4\times3\times2\times2=420$，只用3种颜色来涂色的方案有 $C_5^3\times3\times2\times1=60$，$p=\frac{60}{420}=\frac{1}{7}$，故选B．

7．$\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2=3$，得 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=2$，由数量积的几何意义得 D 在 AB 上的射影为 AB 中点，故 $BC\perp AB$，即 $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$，故选C．

8．定义域为 $(0,+\infty)$，要想 $f(x)>g(x)$ 恒成立，即 $3a^2+2ax\ln x>bx-x^2$ 恒成立，只需 $\frac{3a^2}{x}+2a\ln x>b-x$ 恒成立，只需 $x+\frac{3a^2}{x}+2a\ln x>b$ 恒成立，设 $h(x)=x+\frac{3a^2}{x}+2a\ln x$ $(x>0)$，$h'(x)=\frac{(x+3a)(x-a)}{x^2}$，所以当 $a=-1$ 时，则 $h(x)_{\min}=h(3)=4-2\ln 3$，使 $f(x)>g(x)$ 恒成立的 b 可取 1；所以当 $a=1$，则 $h(x)_{\min}=h(1)=4$，使 $f(x)>g(x)$ 恒成立的 b 可取 1，2，3，$(a,\ b)$ 一共有 $(1,\ 1)$，$(-1,\ 1)$，$(1,\ 2)$，$(1,\ 3)$ 共 4 种，故选 B．

二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求的，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

题号	9	10	11	12
答案	ACD	AD	ABC	ABD

【解析】

9．城镇 $49283-47412=1871$，农村 $20133-18931=1202$，故 A 正确；从图甲中 2022 年名义增速与实际增速可知，B 错；从图乙可知食品支出总额占个人消费支出总额的 30.5%，可以认为我国在 2022 年达到富裕，故 C 正确；由乙图知食品烟酒和居住占比为 54.5%，故 D 正确，故选 ACD．

10．$P(-\sqrt{2},\ 1)$，$|PF_1|=1$，$|PF_2|=2a-|PF_1|=3$，$\cos\angle F_1PF_2=\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$，所以 $\angle F_1PF_2>60^\circ$，故 B 错；$\triangle PF_1Q$ 的周长为 $4a=8$，A 正确；设 $|F_2Q|=m$，$|F_1Q|=4-m$，在 $\triangle PF_1Q$ 中，$|F_1P|^2+|PQ|^2-2|F_1P|\cdot|PQ|\cdot\frac{1}{3}=|F_1Q|^2$ 得 $1+(m+3)^2-2\times1\times(m+3)\times\frac{1}{3}=(4-m)^2$ $\Rightarrow m=\frac{3}{5}$，所以 $|F_1Q|=\frac{17}{5}$，D 正确；$|QF_2|=\frac{1}{5}|PF_2|$，所以 $S_{\triangle QF_1F_2}=\frac{1}{5}S_{\triangle PF_1F_2}=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times1$ $=\frac{\sqrt{2}}{5}$，故 C 不正确，故选 AD．

11．$f(x)=\sin\left[2\omega\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right](\omega>0)$，当 $x=-\frac{\pi}{6}$ 时，得 $2\omega\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=0$，故 A 正确；当 $\omega=1$ 时，由 $x=-\frac{5\pi}{12}$ 得 $2\left(-\frac{5\pi}{12}+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\pi}{2}$，故 B 正确；当 $0<\omega\leqslant1$ 时，$0<x<\frac{\pi}{12}$，得

$0<\frac{\omega\pi}{3}<2\omega\left(x+\frac{\pi}{6}\right)<\frac{\omega\pi}{2}\leqslant\frac{\pi}{2}$，故 C 成立；由 $-\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant\frac{5\pi}{6}$，得 $0\leqslant2\omega\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\leqslant2\omega\pi$，当 $2\pi\leqslant2\omega\pi<3\pi$，即 $1\leqslant\omega<\frac{3}{2}$，故 D 错误，故选 ABC.

12．A，B 选项中，$P-ABC$ 为正四面体，A，B 对；C，D 选项中，$P-ABC$ 为 PA，PB，PC 两两垂直的正三棱锥，所以体积为 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times2=\frac{4}{3}$，C 错，其外接球半径 $R=\frac{1}{2}\sqrt{2^2+2^2+2^2}=\sqrt{3}$，故 $S_{球}=4\pi\times3=12\pi$，D 对，故选 ABD.

三、**填空题**（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	$(0,+\infty)$ (或$[0,+\infty)$)	32	0	3

【解析】

13．定义域为 $(-1,+\infty)$，$f'(x)=e^x-\frac{1}{1+x}=g(x)$，$g'(x)=e^x+\frac{1}{(1+x)^2}>0$，所以 $g(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增，又 $g(0)=0$，所以当 $x>0$ 时，$f'(x)>0$，故 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,+\infty)$(或$[0,+\infty)$).

14．由 $T_{r+1}=C_6^r(2x)^{6-r}(-1)^r$ 得，x^4 的系数为 $C_6^3 2^3(-1)^3-C_6^1 2^5(-1)^1=32$.

15．因为 $f(x)$ 是奇函数，故其最大值和最小值的和为 0.

16．记 c 为双曲线半焦距，由角平分线定理得 $\frac{|F_1Q|}{|F_2Q|}=\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=3$，即 $\frac{x_Q+c}{c-x_Q}=3$，解得 $x_Q=\frac{1}{2}c$，由双曲线的焦点三角形知 $A(a,0)$，故 $\frac{c}{2}+c=\frac{9}{4}(c-a)$，解得 $e=\frac{c}{a}=3$.

四、**解答题**（共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分 10 分）

（1）证明：由 $2a_nS_n=a_n^2+1$ 可得，$2S_1^2=S_1^2+1$，

又因为 S_n 为正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，所以 $S_1=a_1=1$，……………………………（1 分）

$\because a_n=S_n-S_{n-1}$，$\therefore 2(S_n-S_{n-1})S_n=(S_n-S_{n-1})^2+1$，

$\therefore S_n^2-S_{n-1}^2=1\,(n\geqslant2)$，数列 $\{S_n^2\}$ 为等差数列，…………………………………………（3 分）

$\therefore S_n^2=n,\ S_n=\sqrt{n}$， $a_n=\begin{cases}1\ (n=1),\\ \sqrt{n}-\sqrt{n-1}\ (n\geqslant 2),\end{cases}$ $\therefore a_n=\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$．

………………………………………………………………………………（6 分）

（2）解：$b_n=\dfrac{(-1)^n}{a_n}=(-1)^n(\sqrt{n}+\sqrt{n-1})$，………………………………………（7 分）

$T_{2023}=-1+\sqrt{2}+1-\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}+\sqrt{3}-\cdots-\sqrt{2023}-\sqrt{2022}=-\sqrt{2023}$．

………………………………………………………………………………（10 分）

18．（本小题满分 12 分）

（1）证明：如图 1，取 BC 的中点 F，连接 AF 交 DE 的中点 O，连接 OP，

由 $AD=AE$，所以 $OP\perp DE$，…………………………（1 分）

由 $\triangle ABC$ 是边长为 6 的等边三角形，且 $AD=AE=2$，

所以 $\triangle ADE$ 是边长为 2 的等边三角形，

所以 $AO=\dfrac{1}{3}AF=\sqrt{3}$， $OF=\dfrac{2}{3}AF=2\sqrt{3}$，

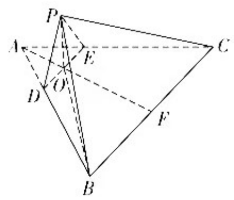

图 1

在直角 $\triangle OFB$ 中， $BO^2=OF^2+BF^2=21$，

在 $\triangle POB$ 中， $PO^2+OB^2=24=PB^2$，……………………………………………………（3 分）

所以 $PO\perp OB$， 又 $OP\perp DE$，所以 $PO\perp$ 平面 $BCED$，

故而平面 $PDE\perp$ 平面 $BCED$．…………………………………………………………（5 分）

（2）解：由（1）知： $OF,\ DE,\ OP$ 两两垂直，建立如图 2 所示坐标系，

如图 3，在底面 ABC 中，由题意可知 $DE=\dfrac{1}{3}BC$，且 $DE\,/\!/\,BC$，

所以 $D(1,\ 0,\ 0)$， $E(-1,\ 0,\ 0)$， $B(3,\ 2\sqrt{3},\ 0)$， $C(-3,\ 2\sqrt{3},\ 0)$，

$P(0,\ 0,\ \sqrt{3})$，

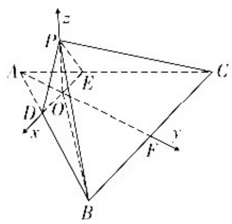

图 2

所以 $\overrightarrow{PD}=(1,\ 0,\ -\sqrt{3})$， $\overrightarrow{PB}=(3,\ 2\sqrt{3},\ -\sqrt{3})$，

$\overrightarrow{PE}=(-1,\ 0,\ -\sqrt{3})$， $\overrightarrow{PC}=(-3,\ 2\sqrt{3},\ -\sqrt{3})$，

………………………………………………………………………………（6 分）

设 $\overrightarrow{n_1}=(x_1, y_1, z_1)$ 为平面 PBD 的一个法向量，所以 $\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{PB}=0,\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{PD}=0,\end{cases}$

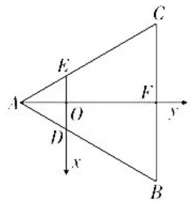

图 3

即 $\begin{cases}3x_1+2\sqrt{3}y_1-\sqrt{3}z_1=0,\\ x_1-\sqrt{3}z_1=0,\end{cases}$ 令 $z_1=1$，所以 $x_1=\sqrt{3}, y_1=-1$，

即 $\overrightarrow{n_1}=(\sqrt{3}, -1, 1)$，…………………………………………（8 分）

设 $\overrightarrow{n_2}=(x_2, y_2, z_2)$ 为平面 PCE 的一个法向量，所以 $\begin{cases}\overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{PC}=0,\\ \overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{PE}=0,\end{cases}$

即 $\begin{cases}3x_2-2\sqrt{3}y_2+\sqrt{3}z_2=0,\\ x_2+\sqrt{3}z_2=0,\end{cases}$ 令 $z_2=-1$，所以 $x_2=\sqrt{3}, y_2=1$，即 $\overrightarrow{n_2}=(\sqrt{3}, 1, -1)$，

…………………………………………………………………………（10 分）

设平面 PDB 与平面 PEC 所成锐二面角的平面角为 θ，

则 $\cos\theta=\dfrac{|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|\cdot|\overrightarrow{n_2}|}=\dfrac{1}{5}$，所以 $\sin\theta=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$，

所以平面 PDB 与平面 PEC 所成锐二面角的平面角的正弦值为 $\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$.

…………………………………………………………………………（12 分）

19.（本小题满分 12 分）

解：（1）$\because \dfrac{\tan B-\tan C}{\tan B+\tan C}=\dfrac{\dfrac{\sin B}{\cos B}-\dfrac{\sin C}{\cos C}}{\dfrac{\sin B}{\cos B}+\dfrac{\sin C}{\cos C}}=\dfrac{\sin B\cos C-\sin C\cos B}{\sin B\cos C+\sin C\cos B}=\dfrac{\sin(B-C)}{\sin(B+C)}=\dfrac{\sin(B-C)}{\sin A}$，

则 $\dfrac{\sin(B-C)}{\sin A}=\dfrac{a-c}{a}=\dfrac{\sin A-\sin C}{\sin A}$，

$\therefore \sin(B-C)=\sin A-\sin C=\sin(B+C)-\sin C$，

即 $\sin B\cos C-\sin C\cos B=\sin B\cos C+\sin C\cos B-\sin C$，

则 $2\sin C\cos B=\sin C$， 又 $\because C\in(0, \pi)$， $\sin C\neq 0$，

$\therefore \cos B=\dfrac{1}{2}$， $\therefore B=\dfrac{\pi}{3}$. ……………………………………………………（5 分）

（2）$\because \overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DC}$，$\therefore \overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$，

则 $\overrightarrow{BD}^2=\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}\right)^2$，即 $\frac{4}{9}a^2+\frac{1}{9}c^2+\frac{2}{9}ac=4$，……………………………………（7 分）

$36=4a^2+c^2+2ac=(2a+c)^2-2ac\geqslant(2a+c)^2-\left(\frac{2a+c}{2}\right)^2=\frac{3}{4}(2a+c)^2$，

$\therefore 2a+c\leqslant 4\sqrt{3}\Leftrightarrow 2a=c=2\sqrt{3}$ 取等，…………………………………………………（10 分）

$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=9$，

$\therefore b=3$，$2R=\frac{b}{\sin B}=\frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2\sqrt{3}$，$R=\sqrt{3}$．……………………………………（12 分）

20．（本小题满分 12 分）

解：（1）平均数 $\bar{x}=35\times0.03+45\times0.10+55\times0.27+65\times0.42+75\times0.18=61.2>60$，

标准差 $s=\sqrt{97.5}<10$，故 A 主题逃脱成功难度大．……………………………………（2 分）

（2）$m\in[60,70)$，由 $(m-60)\times0.042+0.03+0.10+0.27=0.8$ 得，$m\approx70$．

……………………………………………………………………………………………（4 分）

（3）方案①：由频率分布直方图得，某人在 70 分钟内完成逃脱的概率为

$0.03+0.10+0.27+0.42=0.82$，

则人均可获得奖励为 $0.82\times1=0.82$（元）．………………………………………………（6 分）

方案②：记随机变量 X 为三人进行一次组团活动的盈利，

某人在 60 分钟内完成逃脱的概率为 $0.03+0.10+0.27=0.4=\frac{2}{5}$，

由题意可得，$X=-10,\ -1,\ 11,\ 20$，

$P(X=-10)=C_3^0\left(\frac{2}{5}\right)^0\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{27}{125}$，$P(X=-1)=C_3^1\left(\frac{2}{5}\right)^1\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{54}{125}$，

$P(X=11)=C_3^2\left(\frac{2}{5}\right)^2\left(\frac{3}{5}\right)^1=\frac{36}{125}$，$P(X=20)=C_3^3\left(\frac{2}{5}\right)^3\left(\frac{3}{5}\right)^0=\frac{8}{125}$．

X 的分布列为

X	-10	-1	11	20
P	$\frac{27}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{8}{125}$

…………………………………………………………………………（10 分）

$E(X)=\frac{27}{125}\times(-10)+\frac{54}{125}\times(-1)+\frac{36}{125}\times 11+\frac{8}{125}\times 20=\frac{232}{125}=1.856$，

则人均收益为$1.856\div 3\approx 0.62<0.82$，

故该选择方案①. ……………………………………………………………（12 分）

21.（本小题满分 12 分）

解：（1）设椭圆 Γ 的焦距为$2c$，由题得$c=2$，且 $a^2=b^2+c^2$.

令$x=-c$，代入椭圆 Γ 得 $y=\pm\frac{b^2}{a}$，

故$\triangle OAB$ 的面积为$S=\frac{1}{2}\times c\times\frac{2b^2}{a}=\frac{b^2c}{a}=\frac{2b^2}{a}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

所以$3b^2=\sqrt{6}a$. 结合$a^2=b^2+4$，解得$a^2=6$，$b^2=2$.

所以椭圆 Γ 的方程为$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$. ……………………………………（4 分）

（2）存在，点C 的坐标为$(-3,\ 2)$，$(-3,\ -2)$，对应直线 l 的方程分别为$y=-x-1$，$y=x+1$.

显然，直线l的斜率不为零，设直线l的方程为$x=my-2$，$A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，AB 的中点为$M(x_0,\ y_0)$.

联立$\begin{cases}x=my-2,\\ \frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1,\end{cases}$ 得$(m^2+3)y^2-4my-2=0$，

则$y_1+y_2=\frac{4m}{m^2+3}$，$y_1y_2=\frac{-2}{m^2+3}$，$\Delta=16m^2+8(m^2+3)>0$. ……………………（6 分）

所以$y_0=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{2m}{m^2+3}$，$x_0=my_0-2=\frac{-6}{m^2+3}$，

直线CM 的方程为$y-\frac{2m}{m^2+3}=-m\left(x+\frac{6}{m^2+3}\right)$，即$y=-mx-\frac{4m}{m^2+3}$.

$|AB|=\sqrt{1+m^2}\,|y_1-y_2|=\sqrt{1+m^2}\sqrt{\left(\frac{4m}{m^2+3}\right)^2-4\times\frac{-2}{m^2+3}}=\frac{2\sqrt{6}(m^2+1)}{m^2+3}$，

$|CM|=\sqrt{1+m^2}\,|x_0+3|=\sqrt{1+m^2}\left(\frac{-6}{m^2+3}+3\right)=\frac{3(m^2+1)\sqrt{m^2+1}}{m^2+3}$.

由$\triangle ABC$为正三角形得$|CM|=\frac{\sqrt{3}}{2}|AB|$，

故$\frac{3(m^2+1)\sqrt{m^2+1}}{m^2+3}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{2\sqrt{6}(m^2+1)}{m^2+3}$，解得$m=\pm1$. ……………………………（10分）

当$m=1$时，直线CM的方程为$y=-x-1$，点C的坐标为$(-3,\ 2)$；

当$m=-1$时，直线CM的方程为$y=x+1$，点C的坐标为$(-3,\ -2)$.

综上，点C的坐标为$(-3,\ 2)$，$(-3,\ -2)$，对应直线l的方程分别为$y=-x-1$，$y=x+1$.

……………………………………………………………………（12分）

22.（本小题满分12分）

解：（1）当$x\leqslant1$时，$f'(x)=2^{x-1}\ln2$，故$f'(0)=2^{-1}\ln2=\frac{\ln2}{2}$.

又$f(0)=2^{-1}-1=-\frac{1}{2}$，

所以$y=f(x)$在$(0,\ f(0))$处的切线方程为$y-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{\ln2}{2}(x-0)$，即$y=\frac{\ln2}{2}x-\frac{1}{2}$.

……………………………………………………………………（4分）

（2）令$h(x)=af(x)-g(x)$，则

①当$x>1$时，$h(x)=a(x-1)-\log_3 x$，$h'(x)=a-\frac{1}{x\ln3}=\frac{ax\ln3-1}{x\ln3}$.

由$h(2)\geqslant0$得$a\geqslant\log_3 2>0$，故$h(x)$在$\left(0,\ \frac{1}{a\ln3}\right)$上单调递减，在$\left(\frac{1}{a\ln3},\ +\infty\right)$上单调递增.

若$\frac{1}{a\ln3}\leqslant1$，即$a\geqslant\frac{1}{\ln3}$，则$h(x)$在$(1,\ +\infty)$上单调递增，故$h(x)>h(1)=0$，符合题意；

若$\frac{1}{a\ln3}>1$，即$a<\frac{1}{\ln3}$，则$h(x)$在$\left(1,\ \frac{1}{a\ln3}\right)$上单调递减，

故当$x\in\left(1,\ \frac{1}{a\ln3}\right)$时，$h(x)<h(1)=0$，不符合题意.

所以当 $x>1$ 时，实数 a 需满足 $a\geqslant\dfrac{1}{\ln 3}$. ……………………………………………………（8 分）

②当 $x\leqslant 1$ 时，$h(x)=a(2^{x-1}-1)-(x-1)$，$h'(x)=a\cdot 2^{x-1}\ln 2-1$，$h''(x)=a\cdot 2^{x-1}\ln^2 2$.

由①知，$h''(x)>0$，故 $h'(x)$ 在 $(-\infty,1]$ 上单调递增.

若 $h'(1)=a\ln 2-1\leqslant 0$，即 $a\leqslant\dfrac{1}{\ln 2}$，则 $h'(x)\leqslant h'(1)\leqslant 0$，$h(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 上单调递减，

故 $h(x)\geqslant h(1)=0$，符合题意；

若 $h'(1)=a\ln 2-1>0$，即 $a>\dfrac{1}{\ln 2}$，由于 $x\to-\infty$ 时，$h'(x)\to -1$，

故存在唯一 $x_0\in(-\infty,1)$，使得 $h'(x_0)=0$，则 $h(x)$ 在 $(x_0,1)$ 上单调递增，

故当 $x\in(x_0,1)$ 时，$h(x)<h(1)=0$，不符合题意.

所以当 $x\leqslant 1$ 时，实数 a 需满足 $a\leqslant\dfrac{1}{\ln 2}$.

综上，实数 a 的取值范围为 $\left[\dfrac{1}{\ln 3},\dfrac{1}{\ln 2}\right]$. ………………………………………………（12 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。