

高三数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 z 满足 $z-i=iz+3$ (i 为虚数单位)，则复数 $z=$

- A. $-1-2i$ B. $-1+2i$ C. $1-2i$ D. $1+2i$

2. 设集合 $A=\{x|-2<x<2\}$, $B=\{x|x^2-1\leq 0\}$, 则 $A\cup B=$

- A. $(-2, 1]$ B. $(-2, 1)$ C. $(0, 2)$ D. $[0, 2)$

3. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右顶点为 A , 右焦点为 F , B 为椭圆在第二象限内的点, 直线 BC 交椭圆于点 C , O 为原点. 若直线 BF 平分线段 AC , 则 $\frac{b}{a}$ 的值为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

4. 已知 $a = \log_2 3 \cdot \log_3 5$, $b = \log_{\sqrt{2}} \frac{9}{4}$, $c = 2^{0.99}$, 则

- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$
C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

5. 已知正四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB = \sqrt{6}$, $PA = 2\sqrt{3}$, 则该棱锥外接球的体积为

- A. 4π B. $\frac{32\pi}{3}$ C. 16π D. $\frac{16\pi}{3}$

6. 两旅客坐高铁外出旅游, 希望座位连在一起, 且有一个靠窗, 已知高铁一等座的部分座位号码如图所示, 则下列座位号码符合要求的是

窗口	1	2	过道	3	4	窗口
	5	6		7	8	
	9	10		11	12	
	

- A. 74, 75 B. 52, 53 C. 45, 46 D. 38, 39

7. 若 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $2bc \cos A + a \cos 2B = 2a$, 则当 $\tan A$ 取最大值时, $\tan 2B =$

- A. $2\sqrt{5}$ B. $\sqrt{3}$ C. $-\sqrt{3}$ D. 4

8. 已知 $-4 < a < 1$, 且 $x \geq 0$ 时, $3e^{4x} + 208 \geq 4(x-a)^3$ 恒成立, 则实数 a 的最小值是

- A. $\ln 3 - 4$ B. $\ln 3$ C. $\ln 2$ D. $\ln 2 - 4$

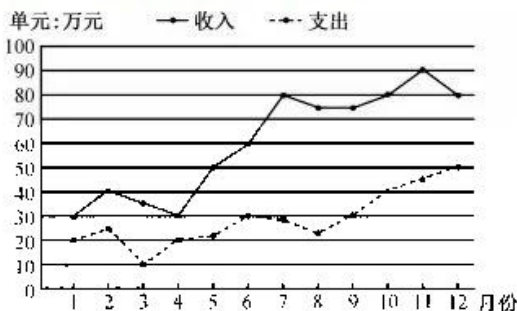
二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 将函数 $f(x) = 2\cos^2 x \sin \varphi + \sin 2x \cos \varphi - \sin \varphi$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后, 与函数

$g(x) = \cos\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象重合, 则 φ 的值可能为

- A. $-\frac{3\pi}{2}$ B. $-\frac{\pi}{3}$ C. $-\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

10. 某企业 2019 年 12 个月的收入与支出数据的折线图如下:



已知: 利润 = 收入 - 支出, 根据该折线图, 下列说法正确的是

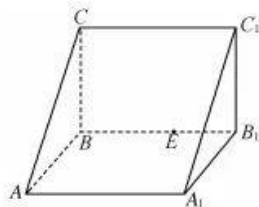
- A. 该企业 2019 年 1 月至 6 月的总利润低于 2019 年 7 月至 12 月的总利润
 B. 该企业 2019 年 1 月至 6 月的平均收入低于 2019 年 7 月至 12 月的平均收入
 C. 该企业 2019 年 8 月至 12 月的支出持续增长
 D. 该企业 2019 年 11 月份的月利润最大

11. 对于实数 a, b, m , 下列说法正确的是

- A. 若 $am^2 > bm^2$, 则 $a > b$
 B. 若 $b > a, m > 0$, 则 $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$
 C. 若 $a > b > 0$ 且 $|\ln a| = |\ln b|$, 则 $2a + b \in (3, +\infty)$
 D. 若 $b > a > e$, 则 $a^b > b^a$

12. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 = 2, AB = BC = 1, \angle ABC = 90^\circ$, 点 E 是侧棱 BB_1 上的一个动点, 则下列判断正确的是

- A. 直三棱柱侧面积是 $4 + 2\sqrt{2}$
 B. 直三棱柱外接球的体积为 $\sqrt{6}\pi$
 C. 存在点 E , 使得 $\angle A_1EA$ 为钝角
 D. $AE + EA_1$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$



三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 a, b 满足 $|a - 2b| = \sqrt{5}, |a + 2b| = 2\sqrt{5}$, 则 $a \cdot b =$ _____.

14. 若函数 $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ 的图象在点 $P(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = mx + m (m \in \mathbf{R})$, 则实数 $a =$ _____.

15. 将 5 名实习老师分配到 3 个班级任课, 每班至少 1 人、至多 2 人, 则不同的分配方法数是_____。
(用数字作答).
16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{3} = 1$, F 是双曲线 C 的右焦点, 点 A 是双曲线 C 的左支上的一点, 点 B 为圆 $D: x^2 + (y + 3\sqrt{2})^2 = 3$ 上一点, 则 $|AB| + |AF|$ 的最小值为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = a$, $a_{n+1} = S_n + 3^n$.

- (1) 若 $b_n = S_n - 3^n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
(2) 若 $a_{n+1} \geq a_n$ 对 $\forall n \in \mathbb{N}^*$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , AD 为 $\triangle ABC$ 的中线, $c = 2\sqrt{5}$, $\cos B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $2b^2 = (b^2 + c^2 - a^2)(1 - \tan A)$.

- (1) 求角 C 的大小;
(2) 求 AD 的长.

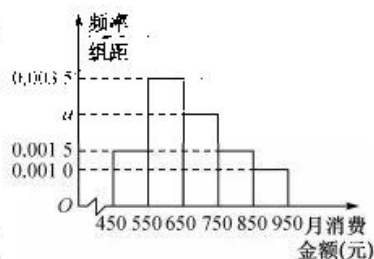
19. (本小题满分 12 分)

为了解学生在校月消费情况, 随机抽取了 100 名学生进行调查, 其中

男生占 $\frac{3}{5}$, 月消费金额(单位: 元)分布在 450~950 之间. 根据调查的

结果绘制了学生在校月消费金额的频率分布直方图:

将月消费金额不低于 750 元的学生称为“高消费群”.



- (1) 若样本中属于“高消费群”的女生有 15 人, 完成下列 2×2 列联表, 并判断能否有 97.5% 的把握认为该校学生是否属于“高消费群”与“性别”有关?

	属于“高消费群”	不属于“高消费群”	合计
男			
女			
合计			

- (2) 将频率视为概率, 从该学校中随机抽取 3 名学生, 设被抽取的 3 名学生中属于“高消费群”的学生人数为随机变量 X , 求 X 的分布列及数学期望.

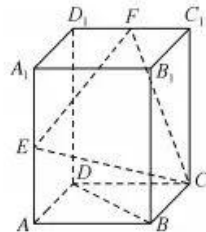
附参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

20. (本小题满分 12 分)

在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, $AB = \frac{1}{2}AA_1 = 2$, E, F 分别是线段 AA_1, C_1D_1 的中点.

- (1) 求证: $BD \perp CE$;
(2) 求平面 $ABCD$ 与平面 CEF 所成锐角的余弦值.



21. (本小题满分 12 分)

在直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$, 点 $M(\frac{3}{2}, y)$ 是抛物线 C 上的一点, 点 M 到焦点的距离为 2.

- (1) 求抛物线 C 的方程;
(2) 点 $P(x_0, y_0)$ 为圆 $E: (x+2)^2 + y^2 = 1$ 上的任意一点, 过点 P 作抛物线 C 的两条切线 PA, PB , 切点分别为 A, B , 求点 O 到直线 AB 距离的最大值.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 - 6x + 6a \ln x (a \in \mathbf{R})$.

- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
(2) 若函数 $f(x)$ 有且仅有两个零点, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线