

2022 学年第二学期浙江省名校协作体试题

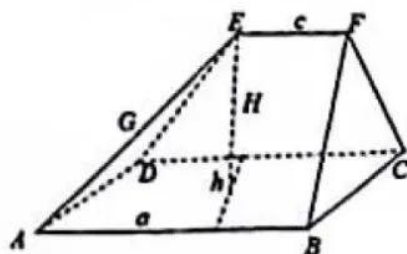
高三年级数学学科

考生须知：

1. 本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟；
2. 答题前，在答题卷指定区域填写学校、班级、姓名、试场号、座位号及准考证号；
3. 所有答案必须写在答题卷上，写在试卷上无效；
4. 考试结束后，只需上交答题卷。

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x < 0\}$ ， $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，则 $(C_R A) \cap B = (\triangle)$
 A. $\{1, 2\}$ B. $\{4, 5\}$ C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{2, 3, 4, 5\}$
2. 已知复数 z 满足： $z(2-i) = 1-i$ ，则 $|z| = (\triangle)$
 A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{5}$
3. 若向量 \vec{a} ， \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ ， $|\vec{b}| = 2$ ， $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$ ，则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 (\triangle)
 A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{3\pi}{4}$
4. 设 x ， y 为正实数，若 $2x + y + 2xy = \frac{5}{4}$ ，则 $2x + y$ 的最小值是 (\triangle)
 A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
5. 刍甍是如图所示五面体 $ABCDEF$ ，其中 $AB \parallel CD \parallel EF$ ，底面 $ABCD$ 是平行四边形。《九章算术·商功》对其体积有记载：“求积术曰，倍下表，上表从之，以广乘之，又以高乘之，六而一”，意思是：若 $EF = c$ ， $AB = a$ ， AB 、 CD 之间的距离是 h ，直线 EF 与平面 $ABCD$ 之间的距离是 H ，则其体积 $V = \frac{Hh(2a+c)}{6}$ 。现有刍甍 $ABCDEF$ ， $EF = 1$ ， $AB = 3$ ， AB 、 CD 之间的距离是 2， EF 与平面 $ABCD$ 之间的距离是 4。过 AE 的中点 G ，作平面 $\alpha \parallel$ 平面 $ABCD$ ，将该刍甍分为上下两部分，则上下体积之比为 (\triangle)



(第 5 题)

- A. 1:3 B. 1:7 C. 5:7 D. 5:23
6. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ ，过焦点 F 的直线与抛物线交于 A, B 两点，若 $|AB| = \frac{16}{3}$ ， $\overline{AF} = \lambda \overline{FB}$ ($\lambda > 1$)，则 $\lambda =$ (▲)
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
7. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$)，两个等式 $f(-x) + f\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$ ， $f(x) - f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$ 对任意的实数 x 均成立， $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{28}\right)$ 上单调，则 ω 的最大值为 (▲)
- A. 17 B. 16 C. 15 D. 13
8. 对任意正整数对 (h, k) ，定义函数 $f(h, k)$ 如下： $f(1, j) = 1, (i+1)f(i+1, j) = (j-i)f(i, j), i \leq j$ ，则 (▲)
- A. $f(j+1, j) = 1$ B. $f(i, j) = 2C_j^{i-1}$
- C. $\sum_{i=1}^j [j^i \cdot f(i, j)] = j \cdot (2^j - 1)$ D. $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i [j \cdot f(i, j)] = 2^n + n - 2$

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的或不选的得 0 分。

9. 下列结论中，正确的有 (▲)
- A. 数据 4, 1, 6, 2, 9, 5, 8 的第 60 百分位数为 5
- B. 若随机变量 $\xi \sim N(1, \sigma^2)$ ， $P(\xi \leq -2) = 0.21$ ，则 $P(\xi \leq 4) = 0.79$
- C. 已知经验回归方程为 $\hat{y} = \hat{b}x + 1.8$ ，且 $\bar{x} = 2, \bar{y} = 20$ ，则 $\hat{b} = 9.1$
- D. 根据分类变量 X 与 Y 的成对样本数据，计算得到 $\chi^2 = 9.632$ ，依据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的 χ^2 独立性检验 ($\chi_{0.001}^2 = 10.828$)，可判断 X 与 Y 有关联，此推断犯错误的概率不大于 0.001
10. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x + 1$ ，则 (▲)
- A. $f(x)$ 有两个极值点 B. 若方程 $f(x) = a$ 有三个实根，则 $a \leq -1$ 或 $a \geq$

C. 点(0,1)是曲线 $y=f(x)$ 的对称中心 D. 直线 $y=9x-15$ 是曲线 $y=f(x)$ 的切线

11. 已知正三棱锥 $O-ABC$ 的底面边长为2, 表面积为 $\sqrt{3}+\sqrt{7}$, A, B, C 三点均在以 O 为球心的球 O 的球面上, Q 是该球面上任意一点, 下列结论正确的有 (▲)

A. 球 O 的半径为 $\frac{4}{3}$

B. 三棱锥 $O-ABC$ 的内切球半径为 $\frac{\sqrt{21}-3}{6}$

C. $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QB}$ 的取值范围是 $\left[0, \frac{14+8\sqrt{7}}{9}\right]$

D. 若 $QA \perp$ 平面 ABC , 则异面直线 AC 与 QB 所成角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{13}}{26}$

12. 已知 F 为双曲线 $C: x^2 - y^2 = 1$ 的右焦点, P 在双曲线 C 的右支上, 点 $K\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$. 设

$\angle PKF = \alpha$, $\angle PFK = \beta$, $\angle KPF = \gamma$, 下列判断正确的是 (▲)

A. α 最大值为 $\frac{\pi}{3}$

B. $\sin \beta \leq \frac{\sqrt{6}}{2} \sin \alpha$

C. $\tan \alpha = \sqrt{2} \sin \beta$

D. 存在点 P 满足 $\gamma = 2\alpha$

三、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分, 共20分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. $(3 - \sqrt{x})^7$ 展开式中含 x^3 项的系数为 ▲ .

14. 直线 $3x + 4y + c = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 相交于 A, B 两点, 且 $\angle AOB = 90^\circ$ (O 为坐标原点),

则 $c =$ ▲ .

15. 随着城市经济的发展, 早高峰问题越发严重, 上班族需要选择合理的出行方式. 某公司员工

小明上班出行方式有三种, 某天早上他选择自驾, 坐公交车, 骑共享单车的概率分别为 $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$,

而他自驾, 坐公交车, 骑共享单车迟到的概率分别为 $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$, 结果这一天他迟到了, 在此条

件下, 他自驾去上班的概率是 ▲ .

16. 已知定义在 R 上的可导函数 $f(x)$, 对于任意实数 x 都有 $f(-x) = f(x) - 4x$ 成立, 且当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, 都有 $f'(x) < 2x + 2$ 成立, 若 $f(m+1) \leq f(-m) + 6m + 3$, 则实数 m 的取值范围是 ▲ .

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,

$$\frac{\sin^2 A}{a} = \frac{\cos A \cdot \cos B + 2\cos^2 C}{b}, \quad C \text{ 为锐角.}$$

(1) 求 C ;

(2) 若 $a + b = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $c = \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} = \frac{2}{a_3}$, $S_4 = 30$, 数列 $\{b_n\}$ 满

$$\text{足: } b_1 = 1, \quad b_1 + \frac{1}{2}b_2 + \frac{1}{3}b_3 + \cdots + \frac{1}{n}b_n = b_{n+1} - 1, \quad (n \in N^*)$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

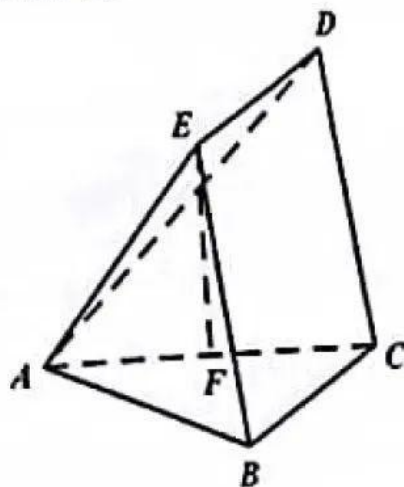
(2) 设数列 $\{c_n\}$ 的通项 $c_n = a_n + (-1)^n (3b_n + 1)$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12分) 第二十二届世界杯足球赛于2022年11月21日在卡塔尔举行, 是历史上首次在中东国家境内举行, 也是第二次在亚洲举行的世界杯足球赛. 在此火热氛围中, 某商场设计了一款足球游戏: 场地上共有大、小2个球门, 大门和小门各射门一次, 射进大门后才能进行小款足球游戏; 场地上共有大、小2个球门, 大门和小门各射门一次, 射进大门后才能进行小款足球游戏; 场地上共有大、小2个球门, 大门和小门各射门一次, 射进大门后才能进行小款足球游戏; 场地上共有大、小2个球门, 大门和小门各射门一次, 射进大门后才能进行小款足球游戏; 场地上共有大、小2个球门, 大门和小门各射门一次, 射进大门后才能进行小款足球游戏; 已知甲、乙、丙3位顾客射进大门射球, 两次均进球后可得到一个世界杯吉祥物“拉伊卜”. 已知甲、乙、丙3位顾客射进大门的概率均为 $\frac{3}{4}$, 射进小门的概率依次为 $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$, 假设各次进球与否互不影响.

- (1) 求这3人中至少有2人射进大门的概率;
(2) 记这3人中得到“拉伊卜”的人数为 X , 求 X 的分布列及期望.

20. (12分) 如图, 在多面体 $ABCDE$ 中, 面 $BCDE$ 为平行四边形, $AE = BE = 13$, $AB = 8$, $BC = 6$, $AB \perp BC$, F 为 AC 中点.

- (1) 求证: $AB \perp EF$;
(2) 二面角 $E-AB-C$ 的正切值为4, 求多面体 $ABCDE$ 的体积.



(第20题)

21. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x - m \ln(mx - m) + m$ ($m > 0$)

(1) 当 $m = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $P(2, f(2))$ 处的切线方程;

(2) 若 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

22. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 且经过点 $M(-2, 0)$, F_1, F_2

为椭圆 C 的左右焦点, $Q(x_0, y_0)$ 为平面内一个动点, 其中 $y_0 > 0$. 记直线 QF_1 与椭圆 C 在 x 轴上方的交点为 $A(x_1, y_1)$, 直线 QF_2 与椭圆 C 在 x 轴上方的交点为 $B(x_2, y_2)$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) ① 若 $AF_2 \parallel BF_1$, 证明: $\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} = \frac{1}{y_0}$;

② 若 $|QF_1| + |QF_2| = 3$, 探究 y_0, y_1, y_2 之间关系.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

