

保密★启用前

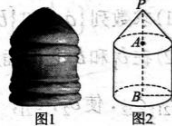
2023-2024 学年上学期 10 月份阶段监测

高三数学

本试卷分第 I 卷和第 II 卷两部分, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟。

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $A = \{x | \log_2 x \leq 1\}$, $B = \{x | y = \sqrt{3-x}\}$, 则
 - $A \cup B = R$
 - $A \cup B = A$
 - $A \cap B = A$
 - $A \cap B = B$
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差不为 0, 若 a_1, a_3, a_6 成等比数列, 则这个等比数列的公比是
 - $\frac{2}{3}$
 - $\frac{3}{2}$
 - 2
 - 4
- 已知 $x \in R$, 则 “ $x^3 > 27$ ” 是 “ $|x| > 3$ ” 的
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 陀螺是中国民间较早的娱乐工具之一, 它可以近似地视为由一个圆锥和一个圆柱组合而成的几何体, 如图 1 是一种木陀螺, 其直观图如图 2 所示, A, B 分别为圆柱上、下底面圆的圆心, P 为圆锥的顶点, 若圆锥的底面圆周长为 $2\sqrt{2}\pi$, 高为 $\sqrt{2}$, 圆柱的母线长为 2, 则该几何体的体积是
 - $2\sqrt{2}\pi$
 - 4π
 - $12 + 2\sqrt{2}\pi$
 - $(4 + 2\sqrt{2})\pi$
- 某地投资 a 亿元进行基础建设, t 年后产生的社会经济效益为 $f(t) = ae^{kt}$ 亿元, 若该地投资基础建设 4 年后产生的社会经济效益是投资额的 2 倍, 且再过 t_1 年, 该项投资产生的社会经济效益是投资额的 16 倍, 则 $t_1 =$
 - 4
 - 8
 - 12
 - 16
- 若 a, b 是函数 $f(x) = x^2 - mx + n (m > 0, n > 0)$ 的两个不同的零点, 且 $a, b, -1$ 这三个数可适当排序后成等差数列, 也可适当排序后成等比数列, 则关于 x 的不等式 $\frac{x-m}{x-n} \geq 0$ 的解集为
 - $\{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 5\}$
 - $\{x | x < 2 \text{ 或 } x \geq 5\}$
 - $\{x | x \leq 1 \text{ 或 } x > \frac{5}{2}\}$
 - $\{x | x < 1 \text{ 或 } x \geq \frac{5}{2}\}$



高三数学试题 共 1 页 共 4 页

7. 设集合 A 是关于 x 的不等式 $|x+a|+|2x-1| \leq |2x+1|$ 的解集, 且 $[1,2] \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是

- A. $[-2,0]$ B. $[-3,0]$ C. $[-2,1]$ D. $[-3,1]$

8. 已知实数 a 满足 $5^{20a} + 12^{20a} = 13^{20a}$, $b = e^{0.1} - 1$, $c = \tan 0.1$, 则 a, b, c 的大小关系是

- A. $a > b > c$ B. $c > b > a$ C. $b > c > a$ D. $b > a > c$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 若函数 $f(x) = \frac{x}{(x+1)(x-a)}$ 为奇函数, 则

- A. $a=1$ B. $f(x)$ 的定义域为 $(-1,1)$

C. $f(x)$ 的值域是 R D. $f(x)$ 在 R 上是增函数

10. 已知两个平面 α, β , 及两条直线 l, m , 则下列命题正确的是

- A. 若 $\alpha \perp \beta$, $l \subset \beta$, $\alpha \cap \beta = m$, $l \perp m$, 则 $l \perp \alpha$
 B. 若 $l \perp \beta$, $\alpha \parallel \beta$, $m \subset \alpha$, 则 $l \perp m$
 C. 若 $l \subset \alpha$, $m \subset \alpha$, $m \parallel \beta$, $l \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
 D. 若 l, m 是异面直线, $l \subset \alpha$, $l \parallel \beta$, $m \subset \beta$, $m \parallel \alpha$, 则 $\alpha \parallel \beta$

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 2a_2 + \dots + 2^{n-1}a_n = n \cdot 2^{n+1}$, 则

- A. $a_n = 2n+2$ B. $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $n(n+3)$
 C. $\{(-1)^n a_n\}$ 的前 100 项和为 -100 D. $\{|a_n - 10|\}$ 的前 20 项和为 284

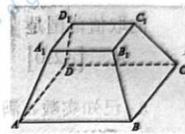
12. 已知函数 $f(x) = \ln x$, $g(x) = x^2 + kx$ (其中 $k \in R$). 对于不相等的实数 x_1, x_2 ,

设 $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $b = \frac{g(x_1) - g(x_2)}{x_1 - x_2}$, 则

- A. 对于任意不相等的实数 x_1, x_2 , 都有 $a > 0$
 B. 对于任意的 k 及任意不相等的实数 x_1, x_2 , 都有 $b > 0$
 C. 对于任意的 k , 一定存在不相等的实数 x_1, x_2 , 使得 $\frac{b}{a} = 2$
 D. 若存在不相等的实数 x_1, x_2 , 使得 $\frac{b}{a} = -2$, 则 k 的取值范围是 $(-\infty, -4)$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x, & x \leq 0, \\ \log_4 x, & x > 0, \end{cases}$ 则 $f(f(\frac{1}{16})) =$ _____.



14. 如图, 在正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 $AB=2$, $A_1B_1=1$, 且棱台的侧面积为 6, 则该棱台的高为 _____.

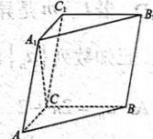
15. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 \mathbb{R} , 对任意的 $x, y \in \mathbb{R}$, 恒有 $f(x+y)+f(x-y)=2f(x) \cdot f(y)$, 则 $f'(x)$ 必为 _____ 函数 (用“偶、奇、非奇非偶”

填空); 若 $f(1) = \frac{1}{2}$, 则 $\sum_{i=1}^{2027} f(i) =$ _____.

16. 在正四面体 $P-ABC$ 中, 以 PB 为直径作球 O , 点 D 在球 O 与 PB 的中垂面相交所得的圆上运动, 当三棱锥 $D-ABC$ 的体积的最小值为 $\frac{2-\sqrt{2}}{12}$ 时, 该正四面体 $P-ABC$ 外接球的体积为 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分) 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=4$, $A_1C \perp$ 底面 ABC , $\angle ACB=90^\circ$, $AC=A_1C$.



(1) 求点 A_1 到平面 BCC_1B_1 的距离;

(2) 若直线 AA_1 与 BB_1 距离为 4, 求 AB 与平面 BCC_1B_1 所成角的正弦值.

18. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2$, $a_{n+1}=Aa_n+B$ (其中 $A \neq 1, B \neq 0$).

(1) 证明: 数列 $\{a_n - \frac{B}{1-A}\}$ 为等比数列;

(2) 若 $A=2, B=-1$, 且 $b_n = \frac{a_n-1}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12分) 经研究发现所有的一元三次函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) 的图象都有对称中心, 设 $f'(x)$ 是一元三次函数 $y=f(x)$ 的导函数, $f''(x)$ 是函数 $f'(x)$ 的导函数

数, 若方程 $f''(x)=0$ 有实数根 x_0 , 则称 $(x_0, f(x_0))$ 为一元三次函数 $y=f(x)$ 的图象的对称中心. 根据以上信息和相关知识解答下列问题: 已知函数 $f(x)=2x^3-3x^2+3x-2$.

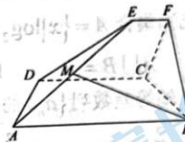
(1) 求函数 $f(x)$ 图象的对称中心和 $f\left(\frac{1}{2024}\right)+f\left(\frac{2}{2024}\right)+\dots+f\left(\frac{2023}{2024}\right)$ 的值;

(2) 若 $a>0$, 解关于 x 的不等式 $f'(x)>(3a+6)x^2-(a+9)x+4$.

20. (12分) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 和 $CDEF$ 都是直角梯形, $AB\parallel DC$, $DC\parallel EF$,

$AB=5$, $DC=3$, $EF=1$, $\angle BAD=\angle CDE=60^\circ$,

且二面角 $F-DC-B$ 的大小为 60° .



(1) 证明: 平面 $BCF \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 在线段 AE 上是否存在点 M , 使得二面角 $M-BC-F$ 的大小为 45° , 若存在, 请求出点的位置; 若不存在, 请说明理由.

21. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列, 满足 $a_1=1$, $a_4+a_5=a_9$, 正项数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n=3^n-1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 在 b_1 和 b_2 之间插入 1 个数 c_{11} , 使 b_1, c_{11}, b_2 成等差数列; 在 b_2 和 b_3 之间插入 2 个数 c_{21}, c_{22} , 使 b_2, c_{21}, c_{22}, b_3 成等差数列; \dots ; 在 b_n 和 b_{n+1} 之间插入 n 个数 $c_{n1}, c_{n2}, \dots, c_{nm}$, 使 $b_n, c_{n1}, c_{n2}, \dots, c_{nm}, b_{n+1}$ 成等差数列.

(i) 求 c_{nk} ;

(ii) 求 $c_{11}+c_{21}+c_{22}+\dots+c_{n1}+c_{n2}+\dots+c_{nm}$ 的值.

22. (12分) 已知函数 $f(x)=x \ln x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值;

(2) 若过点 $M(x_0, f(x_0))$ ($x_0 > \frac{1}{e}$) 的切线 l 分别交 x 轴和 y 轴于 A, B 两点, O 为坐标

原点, 记 $\triangle AOB$ 的面积为 S , 求 S 最小值;

(3) 设函数 $g(x)=e^{2x \ln x} - f(x)$, 且不等式 $g(x) \geq 1$ 对任意 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求实数 λ 的值.

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。



微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索