成都石室中学 2022－2023 学年度下期高 2023 届三诊模拟考试
文科数学参考答案

双向细目表

题型	题号	具体内容	分值	难度预估
选择题	1	集合运算	5	0.95
选择题	2	复数运算	5	0.9
选择题	3	统计	5	0.95
选择题	4	充要条件、函数零点	5	0.9
选择题	5	空间点线面位置关系	5	0.9
选择题	6	等差数列求和	5	0.9
选择题	7	函数的应用	5	0.8
选择题	8	双曲线的几何性质	5	0.8
选择题	9	三棱锥外接球的体积	5	0.8
选择题	10	三角函数的图象与性质	5	0.7
选择题	11	抽象函数的性质	5	0.5
选择题	12	直线与抛物线的位置关系	5	0.4
填空题	13	向量的坐标运算	5	0.95
填空题	14	概率	5	0.9
填空题	15	线性规划	5	0.7
填空题	16	等比数列求和	5	0.3
解答题	17	线性回归分析	12	0.8
解答题	18	解三角形、三角恒等变换	12	0.8
解答题	19	立体几何、面面垂直、棱锥体积	12	0.75
解答题	20	直线与椭圆的位置关系	12	0.45
解答题	21	函数与导数、不等式恒成立问题	12	0.45
解答题	22/23	选修:坐标系与参数方程/不等式选讲	10	0.75
			150	0.7

答案及解析

1. B 【解析】由图可知，阴影部分表示的集合为$(\complement_U B)\cap A$. 因为全集$U=\mathbf{R}$,集合$A=\{x|\log_2 x\leqslant 2\}=\{x|0<x\leqslant 4\}$,$B=\{x|1<x<5\}$,所以$\complement_U B=\{x|x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 5\}$,则$(\complement_U B)\cap A=\{x|0<x\leqslant 1\}$.

2. A 【解析】$z-\mathrm{i}=\frac{3+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{(3+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=\frac{4-2\mathrm{i}}{2}=2-\mathrm{i}$,故$z=2$,所以$\bar{z}=2$.

3. B 【解析】对于 A,这 14 天中有 4 天空气质量指数在[150,200)内,则有 4 天为“中度污染”,故 A 错误;对于 B,从 2 日到 5 日空气质量逐渐下降,即空气质量越来越好,故 B 正确;对于 C,将 14 天的数据从小到大排列为 80,83,138,155,157,165,179,214,214,221,243,260,263,275,其中位数为$\frac{1}{2}\times(179+214)=196.5$,故 C 错误;对于 D,5 日到 7 日这三天的数据相差比较大,则连续三天中空气质量指数方差最小的不是 5 日到 7 日,故 D 错误.

4. A 【解析】若 $f(x)$ 有两个不同的零点,则 $\Delta=(-a)^2-4a>0$,解得 $a>4$ 或 $a<0$,所以"$a>4$"是"$f(x)$ 有两个不同的零点"的充分不必要条件.

5. D 【解析】m,n 为两条不同的直线,α,β 为两个不同的平面. 对于 A,$m\subset\alpha,n\subset\alpha,m/\!/\beta,n/\!/\beta\Rightarrow\alpha$ 与 β 平行或相交,故 A 错误;对于 B,$\alpha/\!/\beta,m\subset\alpha,n\subset\beta\Rightarrow m$ 与 n 平行或异面,故 B 错误;对于 C,$m\perp\alpha,m\perp n\Rightarrow n/\!/\alpha$ 或 $n\subset\alpha$,故 C 错误;对于 D,$m/\!/n,n\perp\alpha\Rightarrow m\perp\alpha$,满足直线与平面垂直的性质,故 D 正确.

6. B 【解析】设该等差数列的公差为 d. 因为 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,$S_3=6,S_9=15$,所以 $\begin{cases}3a_1+\frac{1}{2}\times3\times2d=6,\\9a_1+\frac{1}{2}\times9\times8d=15,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a_1=\frac{19}{9},\\d=-\frac{1}{9},\end{cases}$ 所以 $S_{12}=12\times\frac{19}{9}+\frac{1}{2}\times12\times11\times\left(-\frac{1}{9}\right)=18.$

7. C 【解析】由题意,得 $50=10+(90-10)\mathrm{e}^{-10k}$,即 $\mathrm{e}^{-10k}=\frac{1}{2}$,所以 $k=\frac{1}{10}\ln2$,所以 $\theta=\theta_0+(\theta_1-\theta_0)\mathrm{e}^{-\frac{t}{10}}\ln2$. 由 $20=10+(90-10)\mathrm{e}^{-\frac{t}{10}\ln2}$,得 $\mathrm{e}^{-\frac{t}{10}\ln2}=\frac{1}{8}$,即 $-\frac{t}{10}\ln2=\ln\frac{1}{8}=-3\ln2$,解得 $t=30$,即若使物体的温度为 20℃,需要冷却 30 min.

8. C 【解析】由双曲线的方程可得,渐近线的方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x$. 因为点 $A\left(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 在渐近线上,所以 $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{b}{a}\cdot\frac{3}{2}$,所以 $a=\sqrt{3}b$. 又点 A 在以 OF 为直径的圆上,所以 $OA\perp AF$,所以 $AF^2+OA^2=OF^2$,即 $\left(\frac{3}{2}-c\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=c^2$,解得 $c=2$(负值已舍去). 又 $a^2+b^2=c^2,a>0,b>0$,所以 $a=\sqrt{3},b=1$,所以双曲线的方程为 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$.

9. D 【解析】因为 $PA\perp$ 平面 ABC,$\angle BAC=90^\circ$,所以可将该三棱锥进行补形,补成一个长方体,从而长方体的外接球就是该三棱锥的外接球,则外接球的直径为 $2R=\sqrt{AP^2+AB^2+AC^2}=\sqrt{8+4+4}=4$,得 $R=2$,故三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的体积为 $\frac{4\pi}{3}\times2^3=\frac{32\pi}{3}$.

10. A 【解析】将 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后得到 $g(x)=\sin\left(\omega x-\frac{\omega\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图象. 因为 $x\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right)$,所以 $\frac{\pi}{4}<\omega x-\frac{\omega\pi}{4}+\frac{\pi}{4}<\omega\pi+\frac{\pi}{4}$. 因为 $g(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right)$ 上单调递增,所以 $\omega\pi+\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{\pi}{2}$,即 $0<\omega\leqslant\frac{1}{4}$,所以 ω 的最大值为 $\frac{1}{4}$.

11. B 【解析】因为 $f(x+1)$ 为偶函数,所以 $f(-x+1)=f(x+1)$,所以 $f(-x+2)=f(x)$. 因为 $f(x+2)$ 为奇函数,所以 $f(-x+2)=-f(x+2)$,所以 $f(x+2)=-f(x)$,所以 $f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$,所以 $f(x)$ 是以 4 为周期的周期函数. 由 $f(-x+2)=-f(x+2)$,令 $x=0$,得 $f(2)=-f(2)$,则 $f(2)=0$. 又 $f(1)+f(2)=2$,得 $f(1)=2$. 由 $f(-x+2)=-f(x+2)$,令 $x=1$,得 $f(1)=-f(3)$,则 $f(3)=-2$. 由 $f(x+2)=-f(x)$,令 $x=2$,得 $f(4)=-f(2)=0$,则 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)=0$,所以 $\sum\limits_{k=1}^{2023}f(k)=[f(1)+f(2)+f(3)+f(4)]\times505+f(1)+f(2)+f(3)=0\times505+2+0+(-2)=0$.

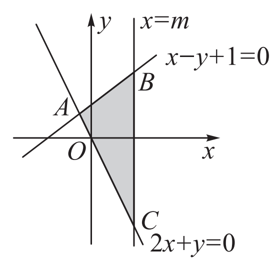
12. A 【解析】取 $A(1,-2),B(1,2)$,满足 $k_{OA}\cdot k_{OB}=-4$,此时 $|OA|+|OB|=2\sqrt{5}$,故②错误;由题意可

知，直线 AB 的斜率不为 0，设直线 AB 的方程为 $x=my+t$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，联立 $\begin{cases}x=my+t,\\ y^2=4x,\end{cases}$ 整理得 $y^2-4my-4t=0$，则 $y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-4t$. 因为 $k_{OA}\cdot k_{OB}=\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=\frac{16}{y_1y_2}=-\frac{4}{t}=-4$，所以 $t=1$，所以直线 AB 的方程为 $x=my+1$，则直线 AB 过点 $(1,0)$. 又因为抛物线 C 的焦点为 $F(1,0)$，所以直线 AB 过焦点 F，故③正确；由抛物线的性质可知，$|AB|\geqslant 2p=4$，故①正确；由上可得，直线 AB 的方程为 $x=my+1$，则 $|AB|=\sqrt{1+m^2}\cdot|y_1-y_2|=4(m^2+1)$，原点 O 到直线 AB 的距离 $d=\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}$，则 $S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}\cdot|AB|\cdot d=\frac{1}{2}\cdot 4(m^2+1)\cdot\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}=2\sqrt{m^2+1}\geqslant 2$，故④正确.

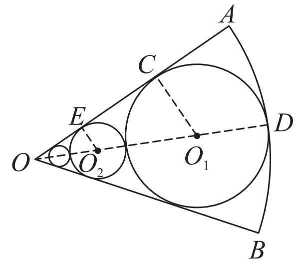
13. $2\sqrt{5}$　【解析】由 $\boldsymbol{a}=(-2,\lambda)$，$\boldsymbol{b}=(3,1)$，得 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(1,\lambda+1)$. 因为 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，所以 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=(1,\lambda+1)\cdot(3,1)=3+1+\lambda=0$，解得 $\lambda=-4$，故 $\boldsymbol{a}=(-2,-4)$，所以 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{(-2)^2+(-4)^2}=2\sqrt{5}$.

14. $\frac{3}{5}$　【解析】记另外 3 人为 a,b,c. 从甲、乙等 5 名志愿者中任意选出 2 人，总事件包括：(甲，乙)，(甲，a)，(甲，b)，(甲，c)，(乙，a)，(乙，b)，(乙，c)，(a,b)，(a,c)，(b,c)，共 10 种情况，其中甲、乙 2 人中恰有 1 人被选中的事件包括：(甲，a)，(甲，b)，(甲，c)，(乙，a)，(乙，b)，(乙，c)，共 6 种情况，故所求的概率为 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

15. $\frac{2}{3}$　【解析】不等式组表示的平面区域如图中的阴影部分所示，且点 $A\left(-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$，$B(m,m+1)$，$C(m,-2m)$，$m\geqslant-\frac{1}{3}$. 由题意，知 $z=3x-2y$ 在点 C 处取得最大值，即 $3m-2\cdot(-2m)=\frac{14}{3}$，解得 $m=\frac{2}{3}$.



16. $\frac{9\pi}{8}\left(1-\frac{1}{9^n}\right)$　【解析】如图，设圆 O_1 与弧 AB 相切于点 D，圆 O_1，圆 O_2 与 OA 分别切于点 C，E，则 $O_1C\perp OA$，$O_2E\perp OA$. 设圆 O_1，圆 O_2，圆 O_3，…，圆 O_n 的半径分别为 r_1，r_2，r_3，…，r_n. 因为 $\angle AOB=\frac{\pi}{3}$，所以 $\angle AOD=\frac{\pi}{6}$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle OO_1C$ 中，$OO_1=3-r_1$，则 $O_1C=\frac{1}{2}OO_1$，即 $r_1=\frac{3-r_1}{2}$，解得 $r_1=1$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle OO_2E$ 中，$OO_2=3-r_2-2r_1$，则 $O_2E=\frac{1}{2}OO_2$，即 $r_2=\frac{3-r_2-2r_1}{2}$，解得 $r_2=\frac{1}{3}=\frac{1}{3}r_1$. 同理可得，$r_3=\frac{1}{9}=\frac{1}{3}r_2$，所以 $r_1,r_2,r_3,\cdots,r_n$ 是以 $r_1=1$ 为首项，$\frac{1}{3}$ 为公比的等比数列. 又因为圆的面积公式为 $S=\pi r^2$，所以面积 $S_1,S_2,S_3,\cdots,S_n$ 构成一个以 $\pi r_1^2=\pi$ 为首项，以 $\frac{1}{9}$ 为公比的等比数列，则 $S_1+S_2+S_3+\cdots+S_n=\frac{\pi\left[1-\left(\frac{1}{9}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{9}}=\frac{9\pi}{8}\left(1-\frac{1}{9^n}\right)$.



17. 解:(Ⅰ)由题意,知 $\bar{x}=10,\bar{y}=20$, …………………………………………………………………… 1 分

$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=(6-10)(15-20)+(8-10)(18-20)+(10-10)(20-20)+(12-10)(24-20)+(14-10)(23-20)=20+4+0+8+12=44$, …………………………………………… 3 分

$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2=16+4+0+4+16=40$, $\sum_{i=1}^{5}(y_i-\bar{y})^2=25+4+0+16+9=54$, ………………… 5 分

所以 $r=\frac{44}{\sqrt{40\times 54}}=\frac{11}{3\sqrt{15}}$.

又 $3\sqrt{15}\approx 11.62$,则 $r\approx 0.95$.

因为 y 与 x 的相关系数近似为 0.95,说明 y 与 x 的线性相关非常高,

所以可以用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系. ……………………………………………………………… 7 分

(Ⅱ)由(Ⅰ)可得,$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{44}{40}=1.1$,

则 $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=20-1.1\times 10=9$,

所以 y 关于 x 的回归直线方程为 $\hat{y}=1.1x+9$, ……………………………………………………… 10 分

当 $x=20$ 时,$\hat{y}=1.1\times 20+9=31$,

所以预测车辆发车间隔时间为 20 分钟时乘客的等候人数为 31 人. ……………………………… 12 分

18. 解:(Ⅰ)由已知及正弦定理,得 $\sin B=\sin A\cos C-\frac{\sqrt{3}}{6}a\sin C$, …………………………………… 1 分

又 $\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C$,即 $\cos A\sin C=-\frac{\sqrt{3}}{6}a\sin C$. ………………… 3 分

又 $\sin C\neq 0$,所以 $\cos A=-\frac{\sqrt{3}}{6}a$.

因为△ABC 的外接圆的半径为 1,所以 $a=2\sin A$, ……………………………………………………… 5 分

所以 $\cos A=-\frac{\sqrt{3}}{6}\cdot 2\sin A$,得 $\tan A=-\sqrt{3}$.

又 $0<A<\pi$,所以 $A=\frac{2\pi}{3}$,则 $a=2\sin A=\sqrt{3}$. …………………………………………………… 7 分

(Ⅱ)在△ABC 中,由余弦定理,得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\frac{2\pi}{3}$,且 $a=\sqrt{3}$,$b=1$,

所以 $c^2+c-2=0$,解得 $c=1$ 或 $c=-2$(舍去), ……………………………………………………… 10 分

所以△ABC 的面积为 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}$. ……………………………………………………… 12 分

19. (Ⅰ)证明:因为四边形 $ABCD$ 为菱形,$AC\cap BD=O$,

所以 O 为 BD 的中点,$AC\perp BD$.

又因为 $PB=PD$,所以 $PO\perp BD$.

又 $AC\cap PO=O$,所以 $BD\perp$平面 PAC.

又 $BD\subset$平面 PBD，

所以平面 $PBD\perp$平面 PAC. ………………………………………………………………… 5 分

（Ⅱ）解：因为 $PA=PC$，O 为 AC 的中点，所以 $PO\perp AC$.

又 $PO\perp BD$，$AC\cap BD=O$，

所以 $PO\perp$平面 $ABCD$.

因为 M 为线段 PD 的中点，O 为 BD 的中点，所以 $OM/\!/PB$. ……………………………… 7 分

又因为直线 OM 与平面 $ABCD$ 所成角为 60°，

所以直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成角为 60°，即$\angle PBO=60^\circ$.

因为$\angle BAD=60^\circ$，$AD=AB=2$，

所以$\triangle ABD$ 是等边三角形，

所以 $OB=1$，$OA=\sqrt{3}$，则 $OP=\sqrt{3}$， ……………………………………………………… 9 分

则点 M 到平面 $ABCD$ 的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以 $V_{O-ABM}=V_{M-ABO}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times1\right)\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{4}$，

故三棱锥 $O-ABM$ 的体积为$\frac{1}{4}$. ……………………………………………………………… 12 分

20. 解：（Ⅰ）因为点 M 是椭圆 C 上异于左、右顶点 A_1，A_2 的任意一点，且直线 MA_1 与直线 MA_2 的斜率之积为$-\frac{3}{4}$，

所以根据椭圆的相关性质可知，$-\frac{b^2}{a^2}=-\frac{3}{4}$. ………………………………………………… 3 分

又因为 $c=1$，$a^2-b^2=c^2$，

所以 $a=2$，$b=\sqrt{3}$，

故椭圆 C 的标准方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ………………………………………………………… 5 分

（Ⅱ）设直线 A_1M 的方程为 $y=k(x+2)$，$k\neq0$.

由$\begin{cases}y=k(x+2),\\x=2,\end{cases}$得 $N(2,4k)$. ………………………………………………………………… 6 分

因为 E 是线段 A_2N 的中点，$A_2(2,0)$，

所以 $E(2,2k)$，不妨设 $k>0$.

又 $F(1,0)$，$\angle EFA_2=\frac{\pi}{4}$，

所以 $\tan\angle EFA_2=\tan\frac{\pi}{4}=\frac{2k-0}{2-1}$，解得 $k=\frac{1}{2}$. …………………………………………… 8 分

由$\begin{cases}y=\frac{1}{2}(x+2),\\\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$得 $x^2+x-2=0$，

则 $M\left(1,\frac{3}{2}\right)$，所以 $MF\perp FA_2$，…………………………………………………………… 10 分

故 $\angle EFM=\angle MFA_2-\angle EFA_2=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}$.

由椭圆的对称性可知，当 $k<0$ 时，$\angle EFM=\frac{\pi}{4}$.

综上所述，$\angle EFM=\frac{\pi}{4}$. ………………………………………………………………………… 12 分

21. 解：(Ⅰ)因为 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f'(x)=e^x(ax+2)$，函数 $f(x)$ 的极小值点为 -2，

所以 $f'(-2)=e^{-2}(-2a+2)=0$，解得 $a=1$，

所以 $f(x)=e^x(x+1)$，$f'(x)=e^x(x+2)$.

当 $a=1$ 时，函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,-2)$ 上单调递减，在 $(-2,+\infty)$ 上单调递增，-2 为函数 $f(x)$ 的极小值点，满足题意.

因为 $f'(0)=2$，$f(0)=1$，………………………………………………………………………… 3 分

所以函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程为 $y-1=2(x-0)$，即 $y=2x+1$. …………………… 4 分

(Ⅱ)因为 $g(x)=me^x(x+1)-x^2-4x$，$\forall x\in[-2,+\infty)$，$g(x)\geqslant 2$ 恒成立，

所以 $g(0)=m\geqslant 2$，$g'(x)=me^x(x+1)+me^x-2x-4=(x+2)(me^x-2)$. …………………… 6 分

因为 $x\geqslant -2$，所以由 $g'(x)>0$ 得 $e^x>\frac{2}{m}$，即 $x>\ln\frac{2}{m}$；由 $g'(x)<0$ 得 $x<\ln\frac{2}{m}$. ……………… 7 分

①当 $\ln\frac{2}{m}<-2$ 即 $m>2e^2$ 时，$g(x)$ 在 $[-2,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $g(x)_{\min}=g(-2)=-me^{-2}+4=\frac{1}{e^2}(2e^2-m)+2<2$，不满足 $g(x)_{\min}\geqslant 2$，舍去；…………… 8 分

②当 $\ln\frac{2}{m}=-2$ 即 $m=2e^2$ 时，$g(x)_{\min}=g(-2)=2$，满足 $g(x)_{\min}\geqslant 2$；…………………………… 9 分

③当 $\ln\frac{2}{m}>-2$ 即 $2\leqslant m<2e^2$ 时，$-2<\ln\frac{2}{m}\leqslant 0$，

所以 $g(x)$ 在 $\left[-2,\ln\frac{2}{m}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\ln\frac{2}{m},+\infty\right)$ 上单调递增， …………………… 10 分

则 $g(x)_{\min}=g\left(\ln\frac{2}{m}\right)=me^{\ln\frac{2}{m}}\left(\ln\frac{2}{m}+1\right)-\left(\ln\frac{2}{m}\right)^2-4\ln\frac{2}{m}=-\ln\frac{2}{m}\left(2+\ln\frac{2}{m}\right)+2\geqslant 2$，…… 11 分

所以 $m\in[2,2e^2)$.

综上所述，实数 m 的取值范围为 $[2,2e^2]$. ………………………………………………………… 12 分

22. 解：(Ⅰ)由已知可得，曲线 C_1 的普通方程为 $(x-3)^2+(y-3)^2=r^2$，

所以曲线 C_1 是以 $(3,3)$ 为圆心，r 为半径的圆. ……………………………………………………… 1 分

因为 $\rho=2\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow\rho=2\sin\theta+2\cos\theta\Rightarrow\rho^2=2\rho\sin\theta+2\rho\cos\theta$，

即 $x^2+y^2=2x+2y\Rightarrow(x-1)^2+(y-1)^2=2$，

所以曲线 C_2 是以 $(1,1)$ 为圆心，$\sqrt{2}$ 为半径的圆. ……………………………………………… 3 分

若曲线 C_1 与 C_2 有且仅有一个公共点，则两圆相切，

所以$\sqrt{(3-1)^2+(3-1)^2}=r+\sqrt{2}$或$\sqrt{(3-1)^2+(3-1)^2}=\left|r-\sqrt{2}\right|$.

又 $r>0$,所以 $r=\sqrt{2}$ 或 $r=3\sqrt{2}$. …………………………………………………………… 5 分

(Ⅱ)将两圆的方程相减,得 $4x+4y+r^2-18=0$,

所以直线 AB 的方程为 $4x+4y+r^2-18=0$. ………………………………………………… 6 分

因为$|AB|=\dfrac{\sqrt{30}}{2}$,

所以圆 C_2 的圆心到直线 AB 的距离为 $d=\sqrt{2-\left(\dfrac{|AB|}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}=\dfrac{|4+4-18+r^2|}{\sqrt{4^2+4^2}}$,

解得 $r^2=12$ 或 $r^2=8$, …………………………………………………………………………… 8 分

则直线 AB 的方程为 $2x+2y-3=0$ 或 $2x+2y-5=0$,

故直线 AB 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta-3=0$ 或 $2\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta-5=0$. ……………… 10 分

23. 解:(Ⅰ)$f(x)=|x-1|-|x+1|+x=\begin{cases}x+2, x<-1,\\ -x, -1\leqslant x\leqslant 1,\\ x-2, x>1.\end{cases}$ ………………………………… 1 分

①当 $x<-1$ 时,$f(x)<\dfrac{1}{2}x-1\Rightarrow x+2<\dfrac{1}{2}x-1\Rightarrow x<-6$; ………………………………… 2 分

②当 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 时,$f(x)<\dfrac{1}{2}x-1\Rightarrow -x<\dfrac{1}{2}x-1\Rightarrow x>\dfrac{2}{3}$,则$\dfrac{2}{3}<x\leqslant 1$;…………………………… 3 分

③当 $x>1$ 时,$f(x)<\dfrac{1}{2}x-1\Rightarrow x-2<\dfrac{1}{2}x-1\Rightarrow x<2$,则 $1<x<2$. ……………………………… 4 分

综上所述,不等式 $f(x)<\dfrac{1}{2}x-1$ 的解集为$(-\infty,-6)\cup\left(\dfrac{2}{3},2\right)$. …………………………… 5 分

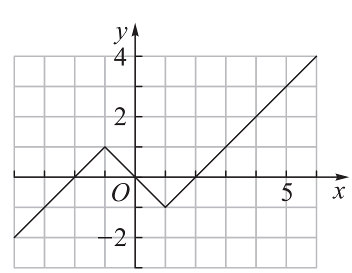
(Ⅱ)(方法 1)假设存在正实数 k,使得对任意的实数 x,都有 $f(x+k)\geqslant f(x)$成立,

即函数 $y=f(x+k)$的图象恒在函数 $y=f(x)$的图象的上方或者两个函数的图象重合. ……… 6 分

又因为将函数 $y=f(x)$的图象向左平移 k 个单位得到函数 $y=f(x+k)$的图象,

结合函数 $y=f(x)$的图象(如图)可知,需要将 $y=f(x)$的图象至少向左平移 4 个单位,才能满足题意,

所以 k 的取值范围是$[4,+\infty)$. ………………………………………………………………… 10 分



(方法 2)假设存在正实数 k,使得对任意的实数 x,都有 $f(x+k)\geqslant f(x)$成立.

$f(x)=\begin{cases}x+2, x<-1,\\ -x, -1\leqslant x\leqslant 1,\\ x-2, x>1.\end{cases}$

当 $x=-1$ 时,因为 $f(-1+k)\geqslant f(-1)=1=f(3)$成立,

结合函数 $f(x)$的图象(如图)可知,$-1+k\geqslant 3$,所以 $k\geqslant 4$. …………………………………………………… 7 分

下面进一步验证:若 $k\geqslant 4$,则 $x\in(-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$,$f(x+k)\geqslant f(x)$成立.

①当 $x\in(-\infty,-1)$时,

$f(x+k)-f(x)=x+k+|x+k-1|-|x+k+1|-(x+2)=k+|x+k-1|-|x+k+1|-2$.

因为$|x+k-1|-|x+k+1|\geqslant -|(x+k-1)-(x+k+1)|=-2$,

所以 $f(x+k)-f(x)\geqslant k-2-2\geqslant 0$,

所以 $f(x+k)\geqslant f(x)$成立. ……………………………………………………………………………………… 8 分

②当 $x\in(-1,+\infty)$时,

$f(x+k)-f(x)=x+k-2-(x+|x-1|-|x+1|)=k-2-|x-1|+|x+1|$.

因为$|x+1|-|x-1|\geqslant -|(x+1)-(x-1)|=-2$,

所以 $f(x+k)-f(x)\geqslant k-2-2\geqslant 0$,

所以 $f(x+k)\geqslant f(x)$成立. ……………………………………………………………………………………… 9 分

综上所述,存在正实数 k,使得对任意的实数 x,都有 $f(x+k)\geqslant f(x)$成立,此时 k 的取值范围是 $[4,+\infty)$. ……………………………………………………………………………………………… 10 分