

2023 年高一第二学期期末学业质量监测卷

数 学

本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

考生注意：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号框涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号框。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, m\}$, 若 $B \subseteq A$, 则 $m =$

- A. 0 B. 2 C. 0 或 2 D. 0 或 1 或 2

2. 复数 $\frac{5}{i-2}$ 的共轭复数是

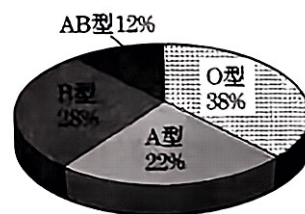
- A. $2+i$ B. $-2+i$ C. $-2-i$ D. $2-i$

3. 在 $\triangle ABC$ 中, M, N, E 分别是 AB, AC, BC 的中点, 若 $\vec{AE} = \lambda \vec{AM} + \mu \vec{AN}$ ($\lambda, \mu \in \mathbf{R}$), 则 $\lambda + \mu =$

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

4. 某校高一生物兴趣小组准备研究血型与个性的关系, 小组成员经过学校同意获得了该校高一年级 2000 名学生的血型数据 (隐藏了其它个人信息), 经过数据的整理绘制如图所示的饼图, 兴趣小组决定采用分层随机抽样的方法从中抽取一个容量为 150 的样本, 则从高一年级 AB 型血的学生中应抽取的人数是

- A. 12 B. 18
C. 24 D. 36



5. 已知 l, m 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 下列结论正确的是

- A. 若 $l // \alpha, m // \alpha$, 则 $l // m$ B. 若 $m // \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $m \perp \alpha$
C. 若 $l \perp \alpha, l \perp m$, 则 $m // \alpha$ D. 若 $l \perp \beta, m \perp \alpha, m \perp \beta$, 则 $l \perp \alpha$

6. 设 $a = \log_{0.3} 4, b = \log_{0.3} 3, c = 3^{0.1}, d = 0.3^{0.2}$, 则这四个数的大小关系是

- A. $a < b < d < c$ B. $b < a < d < c$ C. $b < a < c < d$ D. $d < c < a < b$

7. 端午节是我国传统节日,各地端午节有吃粽子,看龙舟比赛等习俗。甲、乙、丙3人端午节准备去看龙舟比赛的概率分别是 $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{4}$,假定3人的行动相互之间没有影响,那么甲、乙、丙3人端午节至少有1人看龙舟比赛的概率为

- A. $\frac{7}{20}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{7}{10}$

8. 已知 $f(x) = \sin(2\omega x + \varphi - \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$)同时满足下列三个条件:① $T = \pi$;② $y = f(x + \frac{\pi}{6})$ 是奇函数;

③ $f(0) < f(\frac{\pi}{3})$. 若 $f(x)$ 在 $[0, a)$ 上没有最小值,则实数 a 的取值范围是

- A. $(\frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{12}]$ B. $(0, \frac{5\pi}{12}]$ C. $(0, \frac{11\pi}{12}]$ D. $(\frac{5\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}]$

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9. 下列有关复数的说法中(其中 i 为虚数单位),正确的是

- A. $i^{2023} = -i$
 B. 复数 z 为实数的充要条件是 $z = \bar{z}$
 C. 设 z_1, z_2, z_3 为复数, $z_1 \neq 0$,若 $z_1 z_2 = z_1 z_3$,则 $z_2 = z_3$
 D. 设 z_1, z_2 为复数,若 $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$,则 $z_1 z_2 = 0$

10. 已知向量 $a = (\sqrt{3}, 1), b = (\cos\theta, \sin\theta)$,则下列说法正确的是

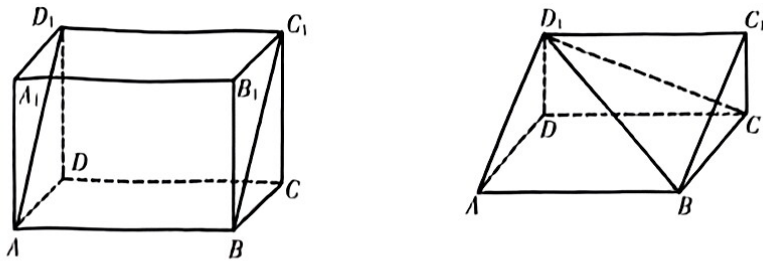
- A. 存在 $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$,使得 $a \perp b$ B. 存在 $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$,使得 $a \parallel b$
 C. 对于任意 $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, $a \cdot b \in (1, 2]$ D. 对于任意 $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, $|a - b| \in [1, \sqrt{3})$

11. 甲、乙两人对同一个靶各射击一次,设事件 $A =$ “甲击中靶”,事件 $B =$ “乙击中靶”,事件 $E =$ “靶未被击中”,事件 $F =$ “靶被击中”,事件 $G =$ “恰一人击中靶”,对下列关系式(\bar{A} 表示 A 的对立事件, \bar{B} 表示 B 的对立事件):① $E = \bar{A}\bar{B}$,② $F = AB$,③ $F = A + B$,④ $G = A + B$,⑤ $G = \bar{A}B + A\bar{B}$,⑥ $P(F) = 1 - P(E)$,⑦ $P(F) = P(A) + P(B)$. 其中正确的关系式的是

- A. ①③⑤ B. ②④⑥ C. ①⑤⑥ D. ③④⑦

12. 我国古代数学名著《九章算术商功》中记载了一些特殊几何体,如长方、堑堵、阳马、鳖臑等.并对这些几何体作了详细记载.如图长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$,按平面 ABC_1D_1 斜切一分为二,得到两个一模一样的三棱柱,称该三棱柱为堑堵,再沿堑堵的一顶点与相对的棱剖开,得四棱锥和三棱锥各一个,其中以矩形为底另有一棱与底面垂直的四棱锥 $D_1 - ABCD$ 称为阳马,余下的三棱锥 $D_1 - BCC_1$ 称为鳖臑,已知长方体中 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中 $AB = 2, BC = 3, AA_1 = 4$,按以上操作得到鳖臑,则关于该鳖

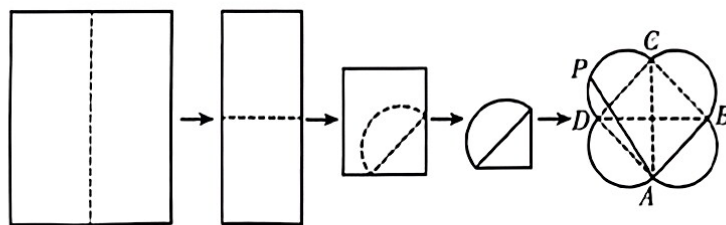
下列说法正确的是



- A. 三棱锥 $D_1 - BCC_1$ 由三个直角三角形和一个锐角三角形组成的四面体
- B. 三棱锥 $D_1 - BCC_1$ 由四个直角三角形组成的四面体
- C. 该三棱锥 $D_1 - BCC_1$ 的最长棱长 $\sqrt{29}$
- D. 该三棱锥 $D_1 - BCC_1$ 的体积为 4

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知 $2i - 3$ 是关于 x 的实系数方程 $2x^2 + px + q = 0$ 的一个根,则实数 $p + q =$ _____.
14. 2023 年 6 月 4 日神舟十五号载人飞行任务取得圆满成功,费俊龙、邓清明、张陆这三位航天员在空间站上工作了 186 天,此次神舟十五号载人飞船返回,是我国空间站转入应用与发展阶段后的首次返回任务,掀起了中国航天空间站的历史新篇章.为科普航天知识,某校组织学生参与航天知识竞答活动,某班 8 位同学成绩如下:7,6,8,9,8,7,10, m ,若去掉 m ,该组数据的第 25 百分位数保持不变,则整数 $m(1 \leq m \leq 10)$ 的值可以是 _____ (写出一个满足条件的 m 值即可).
15. 某商场在 618 大促销活动中,活动规则是:满 168 元可以参加促销摸奖活动,甲和乙两个箱子各装有 10 个球,其中甲箱中有 5 个红球、5 个白球,乙箱中有 8 个红球、2 个白球.顾客首先掷一枚质地均匀的骰子,如果出现点数为 1 或 2,顾客从甲箱子随机摸出一个球;如果点数为 3,4,5,6,从乙箱子随机摸出一个球,则摸出红球的顾客可以领取奖品,问顾客中奖率为 _____.
16. 剪纸是中国古老的传统民间艺术之一,剪纸时常会沿着纸的某条对称轴对折.将一张纸片先左右折叠,再上下折叠,然后沿半圆弧虚线裁剪,展开得到最后的图形,若正方形 $ABCD$ 的边长为 2,点 P 在四段圆弧上运动,则 $\vec{AP} \cdot \vec{AB}$ 的取值范围为 _____



四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 10 分) 设向量 $\mathbf{a} = (\sqrt{3} \sin x, \sin x)$, $\mathbf{b} = (\cos x, \sin x)$,
 - (1) 若 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$, $x \in (0, \pi)$, 求 x 的值;
 - (2) 设函数 $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, $x \in (0, \frac{\pi}{2})$, 求 $f(x)$ 的最大值.

18. (本题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 满足 $c - a \cos B = \frac{\sqrt{3}}{3} b \sin A$.

(1) 求角 A 的值;

(2) 当 $a = 4, b + c = 8$ 时, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (本题满分 12 分) 函数 $f(x) = |4 - \log_2 x| - t$, 其中 $t \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $t = 0$, 求 $f(x)$ 的零点;

(2) 若函数 $f(x)$ 有两个零点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 求 $4x_1 + x_2$ 的取值范围.

20. (本题满分 12 分) 设 $y = mx^2 + (1 - m)x + m - 2$.

(1) 若不等式 $y \geq -2$ 对一切实数 x 恒成立, 求实数 m 的取值范围;

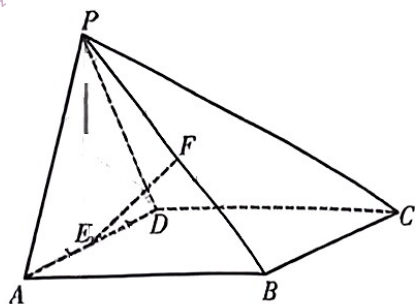
(2) 解关于 x 的不等式 $mx^2 + (1 - m)x + m - 2 < m - 1 (m \in \mathbf{R})$.

21. (本题满分 12 分) 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为边长为 2 的正方形. 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$. $PA \perp PD, PA = PD, E, F$ 分别为 AD, PB 的中点.

求证: (1) $EF \parallel$ 平面 PCD ;

(2) 平面 $PAB \perp$ 平面 PCD ;

(3) 求四棱锥 $P - ABCD$ 的体积.



22. (本题满分 12 分) 某校以“我阳光我运动我健康我快乐”蓬勃开展“阳光体育活动”. 定期举行跑步、乒乓球、羽毛球等多项比赛. 其中乒乓球比赛规则如下: ①每场比赛有两人参加, 并决出胜负; ②每场比赛获胜的人与未参加此场比赛的人进行下一场的比赛; ③依次循环, 直到有一个人首先获得两场胜利, 则本次比赛结束, 此人为本次比赛的冠军. 已知某次乒乓球比赛中, 根据平时比赛成绩, 在每场比赛中, 甲胜乙的概率为 $\frac{2}{3}$, 甲胜丙的概率为 $\frac{3}{5}$, 乙胜丙的概率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求甲、乙、丙三人共进行了 3 场比赛且丙获得冠军的概率;

(2) 求甲和乙先赛且甲获得冠军的概率.