绝密★启用前

数　学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试题卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A=\{x\in\mathbf{N}\mid 2^x<4\}$，$B=\{x\in\mathbf{N}\mid -1<x<2\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{x\mid -1<x<2\}$　　B. $\{x\mid x<2\}$　　C. $\{0,1\}$　　D. $\{1\}$

2. 若 $z=\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2$，则 z 的虚部为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}i$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}i$

3. 命题 P：若 α 为钝角，则 $\sqrt{3}\cos\alpha+\sin\alpha+1<0$；命题 Q：$\exists x\in\mathbf{R}$，$mx^2-mx+1\leqslant 0$ 是假命题，则实数 m 的取值范围是 $0\leqslant m<4$. 下列命题为真命题的是

A. $P\wedge(\neg Q)$　　B. $P\wedge Q$

C. $(\neg P)\wedge Q$　　D. $(\neg P)\wedge(\neg Q)$

4. 已知 O 是 $\triangle ABC$ 内一点，满足 $\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right)$，则 $S_{\triangle ABC}:S_{\triangle OBC}=$

A. 3∶1　　B. 1∶3　　C. 2∶1　　D. 1∶2

5. 已知 $f(x)=\lg x$，则曲线 $y=f(x)$ 与 $y=\sin\pi x$ 交点个数为

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

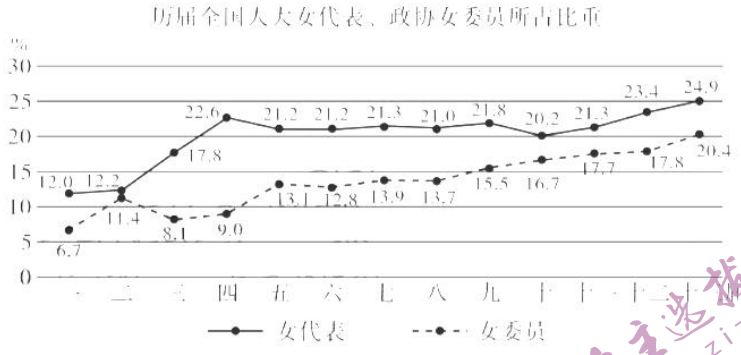
6. 已知 $f(x)=\begin{cases}e^{x-3}, & x\leqslant 3,\\ \log_2(x-1), & x>3,\end{cases}$ 则 $f(f(126))$ 等于

A. $\log_2 2$　　B. $\frac{1}{e}$　　C. e　　D. 1

7. 已知 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，求 $\cos\left(2\alpha-\frac{2\pi}{3}\right)=$

A. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$　　B. $\frac{1+\sqrt{2}}{9}$　　C. $\frac{7}{9}$　　D. $-\frac{7}{9}$

8. 为保障妇女权益，促进妇女发展，推动男女平等，我国于2011年颁布实施《中国妇女发展纲要(2011—2020年)》(以下简称《纲要》)．《纲要》实施以来，我国积极推动和支持妇女参政议政，妇女参与决策和管理的比例明显提高，妇女的政治权利得到有力保障和加强．2018年召开的第十三届全国人民代表大会共有女代表742名，政协第十三届(2018年)全国委员会中有女委员440人．第一到十三届历届全国人大女代表、政协女委员所占比重如图：



下列结论错误的是

A. 第十三届全国人大女代表所占比重比第十一届提高 3.6 个百分点

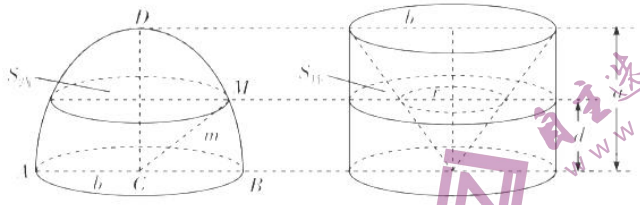
B. 第十三届全国政协女委员所占比重比第四届提高 10 个百分点以上

C. 从第一到第十三届全国政协女委员所占比重的平均值低于 12%

D. 第十三届全国人大代表的人数不高于 3000 人

二、选择题；本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分。

9. 祖暅(公元 5—6 世纪，祖冲之之子)，是我国齐梁时代的数学家，他提出了一条原理："幂势既同，则积不容异."这句话的意思是：两个等高的几何体若在所有等高处的水平截面的面积相等，则这两个几何体的体积相等. 如图将底面直径皆为 $2b$，高皆为 a 的椭半球体和已被挖去了圆锥体的圆柱体放置于同一平面 β 上，用平行于平面 β 且与 β 距离为 d 的平面截两个几何体得到 $S_{圆}$ 及 $S_{环}$ 两截面，可以证明 $S_{圆}=S_{环}$ 总成立. 若椭半球的短轴 $AB=6$，长半轴 $CD=5$，则下列结论正确的是



A. 椭半球体的体积为 30π

B. 椭半球体的体积为 15π

C. 如果 $\overrightarrow{CF}=4\overrightarrow{FD}$，以 F 为球心的球在该椭半球内，那么当球 F 体积最大时，该椭半球体挖去球 F 后，体积为 $\frac{86}{3}\pi$

D. 如果 $\overrightarrow{CF}=4\overrightarrow{FD}$，以 F 为球心的球在该椭半球内，那么当球 F 体积最大时，该椭半球体挖去球 F 后，体积为 29π

10. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 F，坐标原点为 O，左、右顶点分别为 A、B，D 为双曲线上的点，且 $DF\perp x$ 轴. 连接 AD 交 y 轴于 C，连接 CB 交直线 DF 于 E，$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BE}$. 下列结论正确的是

A. 双曲线的离心率为 3

B. $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{CE}=0$

C. 点 F 到直线 $y=2\sqrt{2}x$ 的距离为 b

D. 直线 BC 斜率为 2 或 -2

11. 已知数列$\{a_n\}$，S_n为$\{a_n\}$的前n项和，其中$a_1=-1010$，$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+3, & n\text{为奇数}\\ a_n-1, & n\text{为偶数}\end{cases}$，则下列结论正确的是

A. $\{a_n+a_{n+1}\}$是等差数列　　B. $\{a_{2n-1}\}$是等差数列

C. $S_{2021}=2021$　　D. $S_{2022}=3033$

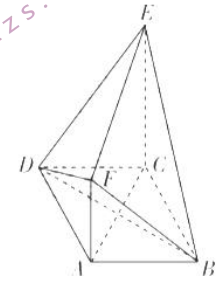
12. 如图，已知平面$ABCD$垂直于平面$AECF$，四边形$ABCD$为菱形，$AF\perp AC$，$EC\perp AC$，$\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，$CE=2AB=2AF=4$. 下列结论正确的是

A. 异面直线AB与直线FE所成角的余弦值为$-\frac{\sqrt{2}}{4}$

B. 异面直线AB与直线DF所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{2}}{4}$

C. 若三棱锥$B-DEF$的顶点都在球O上，则球心O在平面$ACEF$内

D. 若三棱锥$B-DEF$的顶点都在球O上，则球O的表面积为$\frac{64}{3}\pi$



三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知抛物线$C:4x^2+my=0$恰好经过圆$M:(x-1)^2+(y-2)^2=1$的圆心，则抛物线C的焦点坐标为_____.

14. 若$(x+2)^2(1-x)^3=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_5x^5$，则$a_2+a_3+a_5=$_____.

15. 已知数列$\{a_n\}$，S_n为$\{a_n\}$的前n项和，$S_n=2a_{n-1}+1$，$a_1=\frac{3}{2}$，则$a_n=$_____.

16. 若$(e^x-a)(\ln(x+1)-b)\geqslant 0$恒成立，则$a-b$的取值范围是_____.

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分)

已知在数列$\{a_n\}$中，$a_n=(-1)^n\frac{4n}{4n^2-1}$.

(1)求数列$\{a_n\}$的前$2n$项和S_{2n}；

(2)设$b_n=2s_{2n}^{\frac{1}{2n}}$，求数列$\{b_n\}$的$n$项的和$T_n$.

18. (12分)

在$\triangle ABC$中，a，b，c分别为角A，B，C的对边，$\vec{m}=(2b-c,\cos C)$，$\vec{n}=(-a,\cos A)$，且$\vec{m}\parallel\vec{n}$，$a=2\sqrt{3}$.

(1)求A角大小；

(2)D为BC边上一点，$AD=1$，且_____，求$\triangle ABC$的面积.

(从①AD为$\angle BAC$的平分线，②D为BC的中点，这两个条件中任选一个补充在上面的横线上并作答. 如果都选，以选①计分.)

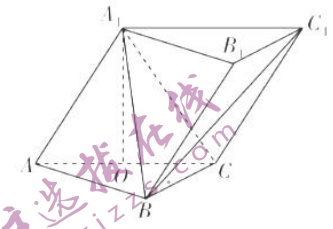
3
官方微信公众号：zizzsw　　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　　微信客服：zizzs2018

19.（12 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 $AA_1C_1C\perp$ 底面 ABC，$AC=AB=BC=\sqrt{3}AA_1=\sqrt{3}A_1C$，且 O 为 AC 的中点.

（1）求证：$A_1O\perp$ 平面 ABC；

（2）求二面角 $C-A_1B-C_1$ 的余弦值.



20.（12 分）

某学习网按学生数学成绩的水平由高到低分成甲、乙两档，进行研究分析，假设学生做对每道题相互独立，其中甲、乙档学生做对每道题的概率分别为 p，$\frac{5}{8}p$，现从甲、乙两档各抽取一名学生成为一个学习互助组合.

（1）现从甲档中选取一名学生，该生 4 道题做对 4 道题的概率为 $f(p)$，求出 $f(p)$ 的最大值点 p_0；

（2）若以 p_0 作为 p 的值，①求每一个互助组合做对题的概率；

②现选取 n 个组合，记做对题的组数为随机变量 X，当 $X=90$ 时，$P(X)$ 取得最大值，求相应的 n 和 $E(X)$.

21.（12 分）

已知定圆 A：$(x+1)^2+y^2=16$，动圆 M 过点 $B(1,0)$，且和圆 A 相切.

（1）求动圆圆心 M 的轨迹 E 的方程；

（2）若过点 B 的直线 l 交 y 轴于点 N，交椭圆于点 P，Q，且 $\overrightarrow{NP}=\lambda\overrightarrow{PB}$，$\overrightarrow{NQ}=\mu\overrightarrow{QB}$，当直线 l 的倾斜角变化时，探求 $\lambda+\mu$ 的值是否为定值？若是，求出 $\lambda+\mu$ 的值；否则，请说明理由.

22.（12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{\ln(ax)}{x}$.

（1）讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

（2）当 $a=1$ 时，若 $\varphi(x)=xf(x)-cx$ 有两个零点 x_1，x_2，且实数 b 满足 $cx_1x_2+b(x_1+x_2)<0$ 恒成立，求实数 b 的取值范围.

4
官方微信公众号：zizzsw
咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com
微信客服：zizzs2018

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。