

高二数学试题

2023. 07

注意事项:

- 1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
- 2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 1. 一个质点运动的位移 s (单位:米)与时间 t (单位:秒)的关系可用 $s=3-2t+t^2$ 表示,那么质点在 $t=2$ 秒时的瞬时速度是
 - A. 2 米/秒
 - B. 3 米/秒
 - C. 4 米/秒
 - D. 5 米/秒
- 2. 下列求导运算正确的是
 - A. $(\frac{1}{x})'=\frac{1}{x^2}$
 - B. $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$
 - C. $(\frac{x}{e^x})'=\frac{x-1}{e^x}$
 - D. $(\cos x)'=\sin x$
- 3. 在对一组成对样本数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, 3, \dots, n)$ 进行分析时,从已知数据了解到预报变量 y 随着解释变量 x 的增大而减小,且大致趋于一个确定的值. 则下列拟合函数中符合条件的是
 - A. $y=kx+b (k>0)$
 - B. $y=-k\ln x+b (k>0)$
 - C. $y=-k\sqrt{x}+b (k>0)$
 - D. $y=ke^{-x}+b (k>0)$
- 4. 某品牌饮料正在进行有奖促销活动,一盒 5 瓶装的饮料中有 2 瓶有奖,消费者从中随机取出 2 瓶,记 X 为其中有奖的瓶数,则 $E(5X+1)$ 为
 - A. 4
 - B. 5
 - C. 6
 - D. 7
- 5. 在 $(1-x)^5+(1-x)^6+\dots+(1-x)^{10}$ 的展开式中,含 x^2 的项的系数为
 - A. 165
 - B. -165
 - C. 155
 - D. -155
- 6. 现将甲、乙、丙、丁 4 位老师安排到 A, B, C 三所学校工作,要求每所学校都有人去,每人只能去一所学校. 则甲、乙两人至少有 1 人到 A 学校工作的分配方案数为
 - A. 12
 - B. 22
 - C. 24
 - D. 26

- 7. 已知事件 A, B 满足 $P(A)=\frac{3}{5}, P(B|A)=\frac{2}{3}, P(\overline{B}|\overline{A})=\frac{1}{4}$, 则 $P(B)=$
 - A. $\frac{1}{2}$
 - B. $\frac{3}{5}$
 - C. $\frac{7}{10}$
 - D. $\frac{4}{5}$

- 8. 已知 $a=\frac{7}{9}, b=0.7e^{0.1}, c=\cos \frac{2}{3}$, 则
 - A. $a>b>c$
 - B. $b>a>c$
 - C. $c>b>a$
 - D. $c>a>b$

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

9. 下列等式成立的是

- A. $A_n^m=\frac{n!}{m!}$
- B. $C_n^m=\frac{m+1}{n+1}C_{n+1}^{m+1}$
- C. $A_{n+1}^n-A_n^n=n^2A_{n-1}^{n-1}$
- D. $C_n^1+C_n^2+\dots+C_n^n=2^n$

10. 下列结论正确的是

- A. 经验回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 恒过样本点的中心 $(\bar{x}, \bar{y})$, 且在经验回归直线上的样本点越多,拟合效果越好
- B. 在一个 2×2 列联表中,由计算得 χ^2 的值,那么 χ^2 的值越大,判断两个变量间有关联的把握就越大
- C. 若散点图中所有点都在直线 $y=-x+1$ 上,则相关系数 $r=1$
- D. 根据分类变量 x 与 y 的成对样本数据,计算得 $\chi^2=2.974$. 依据 $\alpha=0.05$ 的独立性检验 $(P(\chi^2 \geq 3.841)=0.05)$, 则变量 x 与 y 独立

11. 随机变量 $X \sim N(30, 6^2), Y \sim N(34, 2^2)$, 则下列命题中正确的是

- A. 若 $P(X \leq 27)=a$, 则 $P(30 \leq X < 33)=0.5-a$
- B. 随机变量 X 的密度曲线比随机变量 Y 的密度曲线更“瘦高”
- C. $P(X \leq 34) > P(Y \leq 34)$
- D. $P(X \leq 24) < P(Y \leq 30)$

12. 已知函数 $f(x)=\frac{x^2}{e^x}+e^{x-4}-ax$ 有四个零点 $x_1, x_2, x_3, x_4 (x_1 < x_2 < x_3 < x_4)$, 则

- A. $x_1+x_2>2$
- B. $\frac{2}{e^2}<a<\frac{1}{e}+\frac{1}{e^3}$
- C. $\ln(x_1x_2x_3x_4)-(x_1+x_2+x_3+x_4)=-8$
- D. 若 $x_2=2-\sqrt{3}$, 则 $x_4=2+\sqrt{3}$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 拟从 5 名班干部中选若干人在周一至周五期间值班(每天只需 1 人值班),要求同一名班干部不连续值班 2 天,则可能的安排方法有_____种.(用数字作答)

14. 已知变量 x 和 y 的统计数据如下表:

x	9	9.5	10	10.5	11
y	11	10	8	6	5

- 若由表中数据得到经验回归直线方程为 $\hat{y} = -3.2x + \hat{a}$, 则 $x = 9$ 时的残差为_____.
15. 数学家波利亚说:“为了得到一个方程,我们必须把同一个量以两种不同的方法表示出来,即将一个量算两次,从而建立相等关系”这就是算两次原理,又称为富比尼原理. 由等式 $(1+x)^m(1+x)^n = (1+x)^{m+n}$ 利用算两次原理可得 $C_m^0 C_n^0 + C_m^1 C_n^{k-1} + C_m^2 C_n^{k-2} + \dots + C_m^k C_n^0 =$ _____. (用组合数作答)
16. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且满足 $f'(x) - f(x) < 0, f(2) = e$, 则不等式 $f(x) > e^{x-1}$ 的解集是_____.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

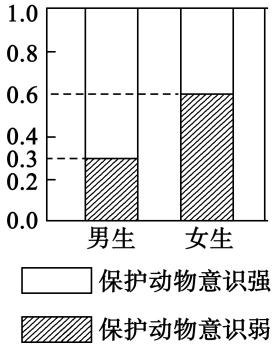
现有来自三个班级的考生报名表(一人一表),分装 3 袋. 第一袋有 6 名男生和 4 名女生的报名表,第二袋有 7 名男生和 3 名女生的报名表,第三袋有 5 名男生和 5 名女生的报名表. 随机选择一袋,然后从中随机抽取 2 份,求恰好抽到男生和女生的报名表各 1 份的概率.

18. (本小题满分 12 分)

某中学为调查本校学生“保护动物意识的强弱与性别是否有关”,采用简单随机抽样的方法,从该校分别抽取了男生和女生各 50 名作为样本,经统计,得到了如图所示的等高堆积条形图:

(1)根据已知条件,将下列 2×2 列联表补充完整;

性别	保护动物意识		合计
	强	弱	
男			50
女			50
合计			100



(2)根据(1)表中数据,依据小概率值 $\alpha = 0.005$ 的独立性检验,分析该校学生保护动物意识的强弱与性别是否有关.

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d.$

α	0.005
χ_{α}^2	7.879

19. (本小题满分 12 分)

- 已知 $f(x) = (2x - \frac{1}{x})^n (n \in \mathbf{N}^*)$ 的展开式中第 5 项与第 3 项的二项式系数相等.
- (1)求 n 及展开式中各项系数的和;
- (2)求 $(1 + \frac{1}{x^4})f(x)$ 的常数项.

20. (本小题满分 12 分)

- 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$.
- (1)求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(3, 1)$ 处的切线方程;
- (2)若 $f(x)$ 在区间 $(a, a+5)$ 上既有最大值又有最小值,求 a 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

某学习平台中“挑战答题”积分规则如下:选手每天可参加一局“挑战答题”活动. 每局中选手需依次回答若干问题,当累计回答正确 3 道题时,答题活动停止,选手获得 10 个积分;或者当累计回答错误 2 道题时,答题活动停止,选手获得 8 个积分. 假定选手甲正确回答每一道题的概率均为 $p (0 < p < 1)$.

- (1)甲完成一局“挑战答题”活动时回答的题数记为 X , 求 X 的分布列;
- (2)若 $p = \frac{2}{3}$, 记 Y 为“甲连续 9 天参加‘挑战答题’活动获得的积分”, 求 $E(Y)$.

22. (本小题满分 12 分)

- 已知函数 $f(x) = \ln x + ax - \frac{1}{x}, g(x) = x \ln x + (a-1)x + \frac{1}{x}$.
- (1)讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (2)当 $a > 1$ 时,记 $f(x)$ 的零点为 $x_0, g(x)$ 的极小值点为 x_1 , 判断 x_0 与 x_1 的大小关系,并说明理由.