学校________ 班级________ 姓名________ 考号________

密 封 内 不 要 答 题

2022～2023学年高三押题信息卷

理科数学(一)

注意事项:

1. 本卷满分150分,考试时间120分钟。答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用2B铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A=\left\{x\left|\frac{4-x}{x-1}\geqslant 0\right.\right\}$,$B=\{y|y=\log_4 x,x\in A\}$,则 $A\cup B=$

A. $(0,4]$　B. $[1,2]$　C. $[1,4]$　D. $[2,4]$

2. 已知 $z_1,z_2\in\mathbf{C}$,且 $|z_1|=1$,若 $z_1+z_2=\mathrm{i}$,则 $|z_2|$ 的最大值是

A. 5　B. 4　C. 3　D. 2

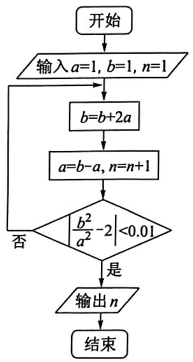
3. 抛掷一枚骰子两次,第一次得到的点数记为 x,第二次得到的点数记为 y,则平面直角坐标系 xOy 中,点 (x,y) 到原点 O 的距离不大于4的概率为

A. $\frac{1}{6}$　B. $\frac{7}{36}$　C. $\frac{2}{9}$　D. $\frac{1}{4}$

4. 已知 $\tan(\alpha+\beta)$,$\tan(\alpha-\beta)$ 是方程 $x^2+5x+6=0$ 的两个根,则 $\tan 2\alpha=$

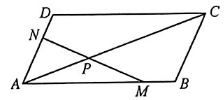
A. 1　B. -1　C. 2　D. -2

5. 执行如图所示的程序框图,则输出的 $n=$



A. 3　B. 4　C. 5　D. 6

6. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,M,N 分别为边 AB,AD 上的点,且 $\overrightarrow{AM}=\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$,$AC,MN$ 交于点 P,若 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AC}$,则 λ 的值为



A. $\frac{3}{5}$　B. $\frac{5}{7}$

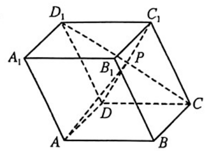
C. $\frac{4}{11}$　D. $\frac{8}{15}$

7. 日常生活中,我们定义一个食堂的菜品受欢迎程度为菜品新鲜度.其表达式为 $R=\frac{\sigma}{N}$,其中 R 的取值与在本窗口就餐人数有关,其函数关系式我们可简化为 $y=\frac{470}{1+8.6^{-5.75x}}$,其中 y 为就餐人数(本窗口),x 为餐品新鲜度 R,则当 $N=2$,$\sigma=2\ 000$ 时,y 近似等于$(8.6^{-5.75}\approx 4.23\times10^{-6})$

A. 470　B. 471

C. 423　D. 432

8. 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,底面 $ABCD$,侧面 A_1ADD_1 都是正方形,且二面角 A_1-AD-B 的大小为 $120°$,$AB=2$,若 P 是 C_1D 与 CD_1 的交点,则 $AP=$



A. $\sqrt{3}$　B. $\sqrt{5}$

C. $\sqrt{7}$　D. 3

9. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $a_n+a_{n+1}=2n-1$,且存在 $k\in\mathbf{N}^*$,$S_k=S_{k+1}=190$,则 a_1 的取值集合为

A. $\{-20,19\}$　B. $\{-20,20\}$　C. $\{-29,10\}$　D. $\{10\}$

10. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的周期为5的奇函数,$f(3)=0$,则 $f(x)$ 在 $[0,10]$ 内的零点个数最少是

A. 4　B. 6　C. 7　D. 9

11. 若关于 x 的方程 $\sin 2x+2\cos 2x=-2$ 在 $[0,\pi)$ 内有两个不同的解 α,β,则 $\cos(\alpha-\beta)$ 的值为

A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

12. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为3,动点 M 在侧面 BCC_1B_1 上运动(包括边界),且 $MB_1=2MB$,则 D_1M 与平面 ADD_1A_1 所成角的正切值的取值范围为

A. $[3,\sqrt{13}]$　B. $\left[\frac{3\sqrt{13}}{13},1\right]$　C. $\left[\frac{\sqrt{13}}{13},1\right]$　D. $[1,\sqrt{13}]$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 椭圆 $\frac{y^2}{49}+\frac{x^2}{24}=1$ 与双曲线 $y^2-\frac{x^2}{24}=1$ 有公共点 P,则 P 与双曲线两焦点连线构成三角形的周长为________.

14. 已知 $(x-1)^8=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+\cdots+a_8(x+1)^8$,则 $a_5+a_6=$________.

15. 已知 $f(x)=x^2+ax+b(a,b\in\mathbf{R})$ 在 $(0,1)$ 和 $(1,2)$ 上各有一个零点,则 $f(-1)$ 的取值范围是________.

16. 已知 O 为坐标原点,点 $Q(-2,1)$ 在抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 上,过直线 $x=2$ 上一点 P 作抛物线 C 的两条切线,切点分别为 M,N.则 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$ 的取值范围为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（本小题满分 12 分）

某手机商家为了更好地制定手机销售策略，随机对顾客进行了一次更换手机时间间隔的调查．从更换手机的时间间隔不少于 3 个月且不超过 24 个月的顾客中选取 350 名作为调查对象，其中男性顾客和女性顾客的比值为$\frac{3}{2}$，商家认为一年以内（含一年）更换手机为频繁更换手机，否则视为未频繁更换手机．现按照性别采用分层抽样的方法随机抽取 105 人，并按性别分为两组，得到如下表所示的频数分布表：

时间间隔(月)	[3,6]	(6,9]	(9,12]	(12,15]	(15,18]	(18,21]	(21,24]
男性	x	8	9	19	12	8	4
女性	y	2	5	12	11	7	2

(1)计算表格中 x,y 的值；

(2)请根据频率分布表填写 2×2 列联表，并判断是否有 99%以上的把握认为“频繁更换手机与性别有关”？

	频繁更换手机	未频繁更换手机	合计
男性顾客			
女性顾客			
合计			

附表及公式：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

18.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦距为 2，圆 $x^2+y^2=4$ 与椭圆 C 恰有两个公共点．

(1)求椭圆 C 的标准方程；

(2)已知结论：若点(x_0,y_0)为椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 上一点，则椭圆在该点处的切线方程为$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$．若椭圆 C 的短轴长小于 4，过点 $T(8,t)$作椭圆 C 的两条切线，切点分别为 A,B，求证：直线 AB 过定点．

19.（本小题满分 12 分）

已知$\triangle ABC$ 的外心为 O，点 M,N 分别在线段 AB,AC 上，且 O 恰为 MN 的中点．

(1)若 $BC=\sqrt{3}$，$OA=1$，求$\triangle ABC$ 面积的最大值；

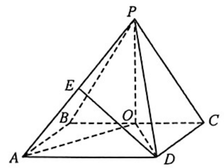
(2)证明：$AM\cdot MB=AN\cdot NC$.

20.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PBC\perp$平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 是矩形，O,E 分别是 BC,PA 的中点，平面 α 经过点 O,D,E 与棱 PB 交于点 F.

(1)试用所学知识确定 F 在棱 PB 上的位置；

(2)若 $PB=PC=\sqrt{3}$，$BC=2AB=2$，求 EF 与平面 PCD 所成角的正弦值．



21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}ax^2+x-x\ln x(a\in\mathbf{R})$.

(1)若 $f(x)$无极值，求 a 的取值范围；

(2)若关于 x 的方程 $f(x)=\frac{1}{2}ax^2+a$ 有 2 个不同的实数根 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，求证：$-a\mathrm{e}+\mathrm{e}<x_2-x_1<-2a+\mathrm{e}+\frac{1}{\mathrm{e}}$.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.（本小题满分 10 分）**选修 4－4：坐标系与参数方程**

已知在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=2+t,\\ y=2\sqrt{3}+\sqrt{3}t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为$\rho=\frac{1}{\rho}+2\sqrt{3}\cos\theta$.

(1)求直线 l 的极坐标方程以及曲线 C 的参数方程；

(2)若直线 l 与曲线 C 交于 M,N 两点，求$\frac{1}{|OM|^2}+\frac{1}{|ON|^2}$的值．

23.（本小题满分 10 分）**选修 4－5：不等式选讲**

已知正实数 a,b 满足 $4a+b=ab$.

(1)求 $a+b$ 的最小值；

(2)当 $a+b$ 取得最小值时，不等式$|x-a|+|x-b|\geqslant t^2-2t$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求实数 t 的取值范围．