2023 年高考冲刺模拟试卷

数学试题（八）参考答案

一、单项选择题，二、多项选择题：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	C	D	A	B	D	B	A	ABC	ABD	AB	CD

三、填空题

13． 1023　　14． 0.8　　15． $y=-2x+4046$　　16． 18

1．C

2．C

3．D 【解析】由题意得$\begin{cases} a+\dfrac{b}{2}-1=9, \\ a+b=12, \end{cases}$解得$\begin{cases} a=8, \\ b=4, \end{cases}$所以随机抽取 2 个格点，则至少有 1 个格点在三角形内部的概率为$P=1-\dfrac{C_4^2}{C_{12}^2}=1-\dfrac{1}{11}=\dfrac{10}{11}$，故选 D.

4．【答案】A

【解析】因为$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，所以$m=1$，设向量$\boldsymbol{c}$与向量$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$的夹角为$\theta$，

因为$|\boldsymbol{c}|\cos\theta\dfrac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|}=\sqrt{4+n^2}\cos\theta\dfrac{(-1,3)}{\sqrt{10}}=(-1,3)$，所以$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{4+n^2}}$，

又因为$\cos\theta=\dfrac{\boldsymbol{c}\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})}{|\boldsymbol{c}||\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|}=\dfrac{-2+3n}{\sqrt{4+n^2}\sqrt{10}}$，可得$n=4$，所以$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=10$，故选 A.

5．B 【解析】因为

$f(x)=4\cos\omega x(\dfrac{1}{2}\sin\omega x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega x)-\sqrt{3}=\sin2\omega x+\sqrt{3}\cos2\omega x=2\sin(2\omega x+\dfrac{\pi}{3})$，

可得$g(x)=2\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{2})=2\cos(\omega x)(\omega>0)$，因为$y=g(x)$在区间$(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{2\pi}{3})$上没有零点，

所以$\dfrac{T}{2}=\dfrac{\pi}{\omega}\quad\dfrac{2\pi}{3}-(-\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{7\pi}{6}$，解得$0<\omega\quad\dfrac{6}{7}$，又因为$x\in(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{2\pi}{3})$，

所以$\omega x\in(-\dfrac{\pi\omega}{2},\dfrac{2\pi\omega}{3})$，根据题意可得$\begin{cases} -\dfrac{\pi\omega}{2}\quad=\dfrac{\pi}{2}, \\ \dfrac{2\pi\omega}{3}\quad\dfrac{\pi}{2}, \end{cases}$，则有$\begin{cases} \omega\quad 1 \\ \omega\quad\dfrac{3}{4} \end{cases}$，

综上可得ω的取值范围为$(0,\dfrac{3}{4}]$，即ω的最大值为$\dfrac{3}{4}$，故选 B.

6．D

【解析】因为 $f(-x)=f(x)$，所以 $f(x)$ 是偶函数，且当 $x\quad 0$ 时，$f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}-\ln(|x|+2023)$ 是减函数，因为 $e^x\quad x+1$ 对 $x\in R$ 恒成立，当且仅当 $x=0$ 时等号成立，取 $x=-0.1$，所以 $e^{-0.1}>0.9$，所以 $f(\dfrac{1}{e^{0.1}})<f(\dfrac{9}{10})$，即 $b<c$．令 $g(x)=x+1-\ln(x+2)$，$x\in(-2,+\infty)$，则 $g'(x)=1-\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{x+1}{x+2}$，令 $g'(x)>0$，得 $x>-1$，令 $g'(x)<0$，得 $-2<x<-1$，得 $g(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增，在 $(-2,-1)$ 上单调递减，故 $g(x)>g(-1)=0$，故 $x+1\quad \ln(x+2)$ 对 $x\in(-2,+\infty)$ 恒成立，当且仅当 $x=-1$ 时等号成立，取 $x=-0.1$，所以 $0.9>\ln 1.9$，因为 $a=f(-\ln 1.9)=f(\ln 1.9)$，所以 $c<a$．综上，$a>c>b$，故选 D．

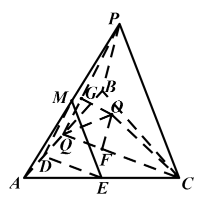
7．B

【解析】设点 G 到 $\triangle PF_1F_2$ 各边的距离为 d，则 $\dfrac{1}{2}d\cdot|PF_1|=\dfrac{16}{9}\times\dfrac{1}{2}d\cdot|F_1F_2|-\dfrac{1}{2}d\cdot|PF_2|$，

即 $|PF_1|=\dfrac{16}{9}|F_1F_2|-|PF_2|$，由椭圆定义知 $|PF_1|+|PF_2|=2a$，$|F_1F_2|=2c$，则有 $2a=\dfrac{16}{9}\times 2c$，所以椭圆 E 的离心率 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{9}{16}$，故选 B．

8．A

【解析】如图，取 AB 的中点 Q，连接 PQ，CQ，可得 $PQ=CQ=\sqrt{3}$，又 $PC=\sqrt{3}$，所以 PQC 为正三角形，取 QA 的中点 D，取 AC 的中点 E，连接 MD，ME，DE，可得平面 $PQC//$ 平面 MDE，因为 $AB\perp$ 平面 PQC，所以 $AB\perp$ 平面 MDE，所以在三棱锥 $P-ABC$ 表面上，满足 $MN\perp AB$ 的点 N 的轨迹是 $\triangle MDE$，所以点 N 轨迹的长度 $S_1=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$．分别在 QC，QP 取点 F，G，使得 $QF=\dfrac{1}{3}QC$，$QG=\dfrac{1}{3}QP$，再过点 F，G 分别作平面 ABC，平面 PAB 的垂线，两垂线交于点 O，则 O 点即为外接球的球心，连接 OC，OQ，则 $R=OC=\dfrac{\sqrt{13}}{3}$，所以三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积 $S_2=\dfrac{52\pi}{9}$，所以 $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{27\sqrt{3}}{104\pi}$，故选 A．

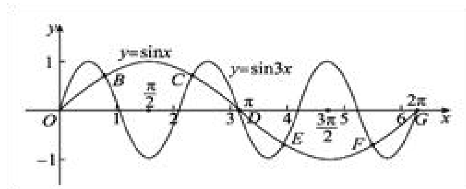


9．ABC

10．ABD

【解析】因为函数 $f(x)=\sin x-\sin 3x$ 的定义域为 R，且 $f(-x)=-f(x)$，所以函数 $f(x)$ 是奇函数，故 A 正确；因为 $f(3\pi-x)=\sin(3\pi-x)-\sin 3(3\pi-x)=\sin x-\sin 3x=f(x)$，所以函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{3\pi}{2}$ 对称，故 B 正确；

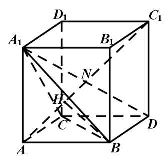
因为 $f(\pi+\frac{2\pi}{3})-f(\pi)=\sin(\pi+\frac{2\pi}{3})-\sin3(\pi+\frac{2\pi}{3})-\sin\pi+\sin3\pi=-\sin\frac{2\pi}{3}\neq0$，



所以 $f(\pi+\frac{2\pi}{3})\neq f(\pi)$，因此 $\frac{2\pi}{3}$ 不是函数 $f(x)$ 的周期，故 C 错误； 因为函数 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上的零点就是函数 $y=\sin x$ 与 $y=\sin3x$ 在 $[0,2\pi]$ 上图象交点的横坐标，所以作函数 $y=\sin x$ 与 $y=\sin3x$ 在 $[0,2\pi]$ 上图象，由图象知函数 $y=\sin x$ 与 $y=\sin3x$ 在 $[0,2\pi]$ 上有 O、B、C、D、E、F、G 共 7 个交点，其中 $x_O=0$，$\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{\pi}{2}$，$x_D=\pi$，$\frac{x_E+x_F}{2}=\frac{3\pi}{2}$，$x_G=2\pi$，因此 $x_O+x_B+x_C+x_D+x_E+x_F+x_G=7\pi$，所以函数 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上所有零点之和为 7π，故 D 正确．故选 ABD．

11．AB

【解析】连接 AC_1，则 AC_1 过点 N，且 $AC_1\perp$ 平面 A_1BC，设垂足为 H，则 $NH\perp$ 平面 A_1BC，所以 MN 的最小值为 $NH=\frac{1}{6}AC_1=\frac{\sqrt{3}}{3}$，故 A 正确；因为 $MA+MN=2$，且 $AN\perp$ 平面 A_1BC，所以点 M 的轨迹是圆，故 B 正确；因为 $MA=\frac{\sqrt{13}}{3}$，$AH=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，可得 $HM^2=AM^2-AH^2=\frac{1}{9}$，点 M 的轨迹围成图形的面积为 $\pi\times HM^2=\frac{\pi}{9}$，故 C 错误；



异面直线 D_1C_1 与 BM 所成的角即为 BA 与 BM 所成的角，而 BA 与平面 A_1BC 所成的角为 $\angle ABH$，且 $\sin\angle ABH=\frac{AH}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{3}>\frac{1}{2}=\sin30°$，故 D 错误，故选 AB.

12．CD

【解析】因为 $f(x)$ 是定义在 R 上的单调函数，对于任意 $x\in R$，满足 $f[f(x)-2^x-4x]=14$，所以 $f(x)-2^x-4x$ 为常数，令 $f(x)-2^x-4x=t$，则 $f(x)=2^x+4x+t$ 且 $f(t)=14$，即 $2^t+4t+t=14$，即 $2^t+5t-14=0$，令 $h(t)=2^t+5t-14$，因为 $h(2)=2^2+5\times2-14=0$，故 $f(x)=2^x+4x+2$，因为 $y=f(|x|)-k|x|-2$ 为偶函数，方程 $f(|x|)-k|x|-2=0$ 有且仅有 4 个不相等的实数根，当且仅当方程 $f(x)=kx+2$ 在 $(0,+\infty)$ 上有且仅有两个不相等的实数根，即 $2^x=(k-4)x$ 在 $(0,+\infty)$ 上有且仅有两个不相等的实数根，方程 $2^x=(k-4)x$ 根的个数可看成 $y=\frac{2^x}{x}$ 与 $y=k-4$ 图象交点个数，令 $g(x)=\frac{2^x}{x}$，则

$g'(x)=\frac{2^x\cdot(\ln2)\cdot x-2^x}{x^2}=\frac{2^x}{x^2}(x\ln2-1)$，当 $0<x<\frac{1}{\ln2}$ 时，函数单调递减，当 $x>\frac{1}{\ln2}$，函数单

调递增，且 $g(\frac{1}{\ln 2})=e\ln 2$，故 $k-4>e\ln 2$，即 $k>4+e\ln 2$，当 $k=4,5$ 时，$k<4+e\ln 2$ 不满足要求；当 $k=6,7$ 时，此时 $k>4+e\ln 2$，故有两个交点，满足题意．故选 CD．

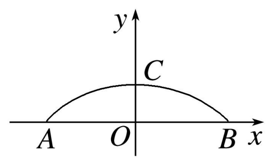
13．1023 【解析】$f(x)=1-C_{10}^{1}(3-x)+C_{10}^{2}(3-x)^2-C_{10}^{3}(3-x)^3+\cdots+C_{10}^{10}(3-x)^{10}-1$

$=[1-(3-x)]^{10}-1=(x-2)^{10}-1$，所以 $f(x)$ 的展开式中常数项为 $C_{10}^{10}(-2)^{10}-1=1023$．

14．0.8

【解析】以水位未涨前的水面 AB 的中点 O 为原点，建立平面直角坐标系，如图所示，设圆拱所在圆的方程为 $x^2+(y-b)^2=r^2(0\ \ y\ \ 4)$，因为圆经过点 $B(8,0)$，$C(0,4)$，

所以 $\begin{cases}64+b^2=r^2,\\(4-b)^2=r^2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=-6,\\r=10,\end{cases}$ 所以圆的方程是



$x^2+(y+6)^2=100(0\ \ y\ \ 4)$，

令 $x=6$，得 $y=2$，故当水位暴涨 $1.2\,\mathrm{m}$ 后，船身至少应降低 $1.2-(2-1.6)=0.8\,(\mathrm{m})$，船才能安全通过桥洞．

15．$y=-2x+4046$ 【解析】∵ $f(3x-1)$ 为奇函数，∴ $f(-3x-1)=-f(3x-1)$，则

$f[-3(-\frac{x}{3}-\frac{1}{3})-1]=-f[3(-\frac{x}{3}-\frac{1}{3})-1]$，即 $f(x)=-f(-x-2)$，可得

$f(x-2)=-f(-x)$，两边求导得 $f'(x-2)=f'(-x)$，又 $f(x-1)$ 的图像关于 $x=1$ 对称，

∴ $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称，即 $f(-x)=f(x)$，两边求导得 $-f'(-x)=f'(x)$，则

$f(x-2)=-f(-x)=-f(x)$，$f'(x-2)=-f'(x)$，可得 $f(x)$ 和 $f'(x)$ 都是以 4 为周期的周期函数，∴ $f'(2023)=f'(3)=f'(-1)=-2$，由 $f(-3x-1)=-f(3x-1)$，取 $x=0$，

可得 $f(-1)=-f(1)$，即 $f(1)=-f(1)$，得 $f(1)=0$，

∴ $f(2023)=f(3)=f(-1)=f(1)=0$．∴ 曲线 $f(x)$ 在 $x=2023$ 处的切线方程为

$y=-2(x-2023)$，即 $y=-2x+4046$．

16．18

【解析】由题意可知直线 AB 的斜率存在，设直线 AB：$y=kx+b$，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

联立方程 $\begin{cases}y=kx+b,\\x^2=12y,\end{cases}$，整理得 $x^2-12kx-12b=0,\Delta>0$，$x_1+x_2=12k,x_1x_2=-12b$，

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=x_1x_2+\frac{{x_1}^2}{12}\cdot\frac{{x_2}^2}{12}=x_1x_2(1+\frac{x_1x_2}{144})=0$，所以 $x_1x_2=0$ 或 $1+\frac{x_1x_2}{144}=0$，

解得 $b=12$ 或 $b=0$（舍），故直线 AB 的方程为 $y=kx+12$，恒过定点 $P(0,12)$，又因为 $OM\perp AB$，所以点 M 在以 OP 为直径的圆上，设 OP 的中点为 D，则 $|MN|$ 的最大值为 $|DE|+6+2=18$．

17．解：（1）$\because \dfrac{2\cos B}{b}+\dfrac{2\cos C}{c}=\dfrac{\sin A}{\sqrt{5}\sin B}$，由正余弦定理可得

$$\frac{a^2+c^2-b^2}{abc}+\frac{a^2+b^2-c^2}{abc}=\frac{a}{\sqrt{5}b}$$，（2 分）

整理可得 $\dfrac{2a^2}{abc}=\dfrac{a}{\sqrt{5}b}$，解得 $c=2\sqrt{5}$．（4 分）

（2）$\because \sqrt{2}\sin(B+C)=\sin 2A$，$\therefore \sqrt{2}\sin A=2\sin A\cos A$，$\because A\in(0,\pi)$，$\therefore \sin A>0$，

$\therefore \cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\because A\in(0,\pi)$，$\therefore A=\dfrac{\pi}{4}$．（5 分）

$\because \sin(B-A)=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，即 $\sin(B-\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$\because 0<B<\dfrac{3\pi}{4}$，可得 $-\dfrac{\pi}{4}<B-\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{\pi}{2}$，

$\therefore \cos(B-\dfrac{\pi}{4})=\sqrt{1-\sin^2(B-\dfrac{\pi}{4})}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，（6 分）

$\therefore \sin C=\sin(A+B)=\sin(B+\dfrac{\pi}{4})=\sin[(B-\dfrac{\pi}{4})+\dfrac{\pi}{2}]=\cos(B-\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，（8 分）

又 $\therefore \sin B=\sin[(B-\dfrac{\pi}{4})+\dfrac{\pi}{4}]=\dfrac{\sqrt{2}}{2}[\sin(B-\dfrac{\pi}{4})+\cos(B-\dfrac{\pi}{4})]=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，在 $\triangle ABC$ 中，

由正弦定理可知 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{2\sqrt{5}}{\frac{2}{5}\sqrt{5}}=5$，$\therefore a=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\times 2\sqrt{5}\times\dfrac{3\sqrt{10}}{10}=\dfrac{15}{2}$．（10 分）

18．解：（1）由题意得 $a_1+3a_2+3^2a_3+\cdots+3^{n-1}a_n=\dfrac{n-1}{3}$，当 $n=1$，$a_1=0$，（1 分）

当 n 2 时，$a_1+3a_2+3^2a_3+\cdots+3^{n-2}a_{n-1}=\dfrac{n-2}{3}$，两式相减得 $3^{n-1}a_n=\dfrac{1}{3}$，（3 分）

所以 $a_n=\dfrac{1}{3^n}$，又 $a_1=0$ 不满足上式，所以 $a_n=\begin{cases}0, n=1,\\ \dfrac{1}{3^n}, n\ \ 2,\end{cases}$．（5 分）

（2）因为 $b_n=\dfrac{1}{3^{n+1}(1-a_n)(1-a_{n+1})}$，所以当 $n=1$ 时，$b_1=\dfrac{1}{8}<\dfrac{1}{4}$，（6 分）

当 n 2 时，$b_n=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{3^n-1}-\dfrac{1}{3^{n+1}-1})$，（9 分）

所以令 $T_n=\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{2}[(\dfrac{1}{3^2-1}-\dfrac{1}{3^3-1})+(\dfrac{1}{3^2-1}-\dfrac{1}{3^3-1})+\cdots+(\dfrac{1}{3^n-1}-\dfrac{1}{3^{n+1}-1})]$

$=\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{2}[(\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{3^{n+1}-1})]=\dfrac{3}{16}-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{3^{n+1}-1}<\dfrac{3}{16}$，又 $\dfrac{3}{16}<\dfrac{1}{4}$，所以 $T_n<\dfrac{1}{4}$．（12 分）

19．解：（1）零假设为H_0：疗法与疗效独立，即两种疗法效果没有差异，根据列联表中数据，

经过计算得到$\chi^2=\dfrac{136\times(15\times63-52\times6)^2}{67\times69\times21\times115}\approx4.882<7.879=x_{0.005}$，

根据小概率值$\alpha=0.005$的独立性检验，没有充分证据推断H_0不成立，

因此可以认为H_0成立，即认为两种疗法效果没有差异．（4 分）

（2）设A组中采用甲方案康复的人数为X_1，则$X_1\sim B\left(3,\dfrac{14}{15}\right)$，

所以$E(X_1)=3\times\dfrac{14}{15}=\dfrac{14}{5}$，设$A$组的积分为$X_2$，则$X_2=2X_1$，

所以$E(X_2)=2E(X_1)=\dfrac{28}{5}=5.6$，（7 分）

设B组中采用乙方案康复的人数为Y_1，则Y_1的可能取值为：0，1，2，3，

$P(Y_1=0)=\dfrac{1}{20}\times\dfrac{1}{10}\times\dfrac{1}{10}=\dfrac{1}{2000}$，$P(Y_1=1)=\dfrac{19}{20}\times\dfrac{1}{10}\times\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{20}\times C_2^1\times\dfrac{1}{10}\times\dfrac{9}{10}=\dfrac{37}{2000}$，

$P(Y_1=2)=C_2^1\times\dfrac{19}{20}\times\dfrac{9}{10}\times\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{20}\times\dfrac{9}{10}\times\dfrac{9}{10}=\dfrac{423}{2000}$，$P(Y_1=3)=\dfrac{19}{20}\times\dfrac{9}{10}\times\dfrac{9}{10}=\dfrac{1539}{2000}$，

故Y_1的分布列为：

Y_1	0	1	2	3
P	$\dfrac{1}{2000}$	$\dfrac{37}{2000}$	$\dfrac{423}{2000}$	$\dfrac{1539}{2000}$

所以$E(Y_1)=0\times\dfrac{1}{2000}+1\times\dfrac{37}{2000}+2\times\dfrac{423}{2000}+3\times\dfrac{1539}{2000}=\dfrac{11}{4}$，（10 分）

设B组的积分为Y_2，则$Y_2=2Y_1$，所以$E(Y_2)=E(2Y_1)=2E(Y_1)=\dfrac{11}{2}=5.5$．（11 分）

因为$5.6>5.5$，所以甲种联合治疗方案更好．（12 分）

20．解：（1）取AB中点E，连结AC，DE交于点O，连结PO，因为$AB//CD$，$AB=2CD$，

所以四边形$ADCE$是平行四边形，所以$OA=OC$，$DE//BC$，

因为$PA=PC$，所以$PO\perp AC$，（2 分）

因为$PA=PB$，所以$PE\perp AB$，因为$AB\perp BC$，所以$AB\perp DE$，

因为$PE\cap DE=E$，所以$AB\perp$平面PDE，

因为$PO\subset$平面PDE，所以$PO\perp AB$，（4 分）

因为$AB\cap AC=A$，所以$PO\perp$平面$ABCD$，

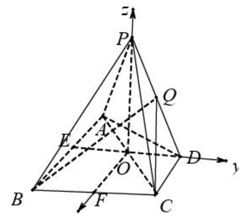
因为$PO\subset$平面PAC，所以平面$PAC\perp$平面$ABCD$．（5 分）

（2）取BC中点F，以O为坐标原点，OF，OD，OP为x，y，z轴，建立如图所示的空间坐标系，设$CD=1$，则$PE=\sqrt{3}$，$PO=\sqrt{2}$，所以$O(0,0,0)$，$D(0,1,0)$，

$B(1,-1,0)$，$C(1,1,0)$，$P(0,0,\sqrt{2})$，$Q(0,\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，所以$\overrightarrow{BC}=(0,2,0)$，

$\overrightarrow{BQ}=(-1,\frac{3}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$．设平面 BCQ 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则有 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BQ}=0,\end{cases}$ 即

$\begin{cases}2y=0,\\ -x+\frac{3}{2}y+\frac{\sqrt{2}}{2}==0,\end{cases}$ 令 $z=\sqrt{2}$，则 $y=0$，$x=1$，



所以平面 BCQ 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(1,0,\sqrt{2})$．（8 分）

因为平面 $ABCD$ 的一个法向量 $\boldsymbol{m}=(0,0,1)$，（9 分）

所以 $\cos<\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}>=\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{m}|}=\frac{\sqrt{2}}{1\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，设二面角 $Q-BC-D$ 的大小为 α，

则 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以二面角 $Q-BC-D$ 的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$．（12 分）

21．解：（1）当 $DF\perp x$ 轴时，$D(c,\frac{b^2}{a})$，所以 $k_{AD}=\frac{b^2}{a(c-a)}=3$ ①，

$S_{\triangle ADF}=\frac{1}{2}(c-a)\cdot\frac{b^2}{a}=\frac{3}{2}$ ②，（2 分）

又 $c^2=a^2+b^2$ ③，联立①②③，解得 $a^2=1$，$b^2=3$，$c^2=4$，

所以双曲线 C 的方程 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$．（4 分）

（2）证明：显然直线 DE 不与 y 轴垂直，设 DE 的方程为 $x=ty+n$，则 $|t|<\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$n>1$，联立方程 $\begin{cases}x^2-\frac{y^2}{3}=1,\\ x=ty+n,\end{cases}$ 消去 x 得 $(3t^2-1)y^2+6nty+3n^2-3=0$，

设 $D(x_1,y_1)$，$E(x_2,y_2)$，因为 $3t^2-1<0$，所以 $\Delta=36n^2t^2-12(3t^2-1)(n^2-1)>0$，

$y_1+y_2=-\frac{6nt}{3t^2-1}$，$y_1y_2=\frac{3n^2-3}{3t^2-1}$．因为 $A(1,0)$，所以 DA 方程为 $y=\frac{y_1}{x_1-1}(x-1)$，

令 $x=\frac{1}{2}$，得 $y_P=-\frac{y_1}{2(x_1-1)}$，同理 $y_Q=-\frac{y_2}{2(x_2-1)}$，（6 分）

所以 $y_Py_Q=\frac{y_1}{2(x_1-1)}\cdot\frac{y_2}{2(x_2-1)}=\frac{y_1y_2}{4[t^2y_1y_2+t(n-1)(y_1+y_2)+(n-1)^2]}$

$$=\frac{\frac{3n^2-3}{3t^2-1}}{4[t^2\times\frac{3n^2-3}{3t^2-1}-t(n-1)\times\frac{6nt}{3t^2-1}+(n-1)^2]}=-\frac{3}{4}\cdot\frac{n^2-1}{(n-1)^2}=-\frac{3}{4}\cdot\frac{n+1}{n-1}．（9 分）$$

因为 $PF\perp QF$，所以 $\overrightarrow{PF}\cdot\overrightarrow{QF}=(\frac{3}{2},-y_P)\cdot(\frac{3}{2},-y_Q)=\frac{9}{4}+y_Py_Q=\frac{9}{4}-\frac{3}{4}.\frac{n+1}{n-1}=0$，

解得 $n=2$，（11 分）即直线 DE 方程为 $x=ty+2$，所以直线 DE 经过 $F(2,0)$ 点，所以 D， E， F 三点共线．（12 分）

22．解：（1）设 $g(x)=x+\ln x$，因为 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上递增， $g(\frac{1}{e})=\frac{1}{e}-1<0$ ， $g(1)=1>0$，所以存在唯一 $x_0\in(0,1)$，使得 $g(x_0)=0$．（2 分）

当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，由 $f(x)=x+\ln x-axe^x$， $f'(x)=(x+1)(\frac{1}{x}-ae^x)$，

所以 $f(1)=1-ae$， $f'(1)=2(1-ae)$，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线为 $y=2(1-ae)(x-1)+(1-ae)$，

因为切线经过原点，所以 $1-ae=0$，解得 $a=\frac{1}{e}$．（5 分）

（2）由（1）知，当 $0<x\quad x_0$ 时， $f(x)=-x-\ln x-axe^x$；

当 $x_0<x<1$ 时， $f(x)=x+\ln x-axe^x$，其中 $x_0+\ln x_0=0$，即 $e^{x_0}=\frac{1}{x_0}$，

1° 当 $0<x\quad x_0$ 时， $f'(x)=-1-\frac{1}{x}-a(x+1)e^x<0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,x_0]$ 上是减函数．

2° 当 $x_0<x<1$ 时， $f'(x)=(x+1)(\frac{1}{x}-ae^x)$，设 $h(x)=\frac{1}{x}-ae^x$， $x\in(x_0,1)$，

则 $h(x)$ 在 $(x_0,1)$ 上是减函数．（7 分）

① 当 $a\quad 1$ 时，因为 $h(x)\quad h(x_0)=\frac{1}{x_0}-ae^{x_0}=\frac{1-a}{x_0}\quad 0$， $f'(x)\quad 0$，

$f(x)$ 在 $(x_0,1)$ 上是减函数，所以在 $(0,1)$ 上不存在最小值，不合题意；

② 当 $0<a\quad \frac{1}{e}$ 时， $h(x)\quad h(1)=1-ae\quad 0$， $f'(x)\quad 0$，所以 $f(x)$ 在 $(x_0,1)$ 上是增函数，

所以当 $x=x_0$ 时， $f(x)$ 取得极小值，也是最小值，所以 $0<a\quad \frac{1}{e}$ 适合；（9 分）

③ 当 $\frac{1}{e}<a<1$ 时，因为 $h(x_0)>0$， $h(1)<0$，所以存在 $x_1\in(x_0,1)$，使得 $h(x_1)=0$．

当 $x\in(x_0,x_1)$ 时， $h(x)>0$， $f'(x)\quad 0$， $f(x)$ 递增；

当 $x\in(x_1,1)$ 时， $h(x)<0$， $f'(x)<0$， $f(x)$ 递减，所以当 $x=x_0$ 时，

$f(x)$ 取得极小值，要使 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上存在最小值，则 $f(x_0)\quad f(1)$，

因为 $f(x_0)=x_0+\ln x_0-ax_0e^{x_0}=0-a=-a$，所以 $-a\quad 1-ae$， $a\quad \frac{1}{e-1}$，

所以 $\frac{1}{e}<a\quad \frac{1}{e-1}$．综上，实数 a 的取值范围是 $(0,\frac{1}{e-1}]$．（12 分）