2020 届普通高中教育教学质量监测考试

全国Ⅰ卷　理科数学

（考试时间：2020 年 5 月 23 日）

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分.
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置.
3. 全部答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.
4. 本试卷满分 150 分，测试时间 120 分钟.
5. 考试范围：高考全部内容.

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x|(x+1)(x-2)>0\}$，$B=\{x|2^x\leqslant 2\}$，则 $(\complement_U A)\cap B=$

A. $\{x|-1<x<1\}$　　B. $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$　　C. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$　　D. $\{x|x\leqslant -1\}$

2. 已知 i 为虚数单位，复数 $z=\dfrac{a}{1+2i}+i(a\in\mathbf{R})$ 在复平面内所对应点 (x,y)，则

A. $y=-2x+1$　　B. $y=2x-1$　　C. $y=-2x+5$　　D. $y=3x-1$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-2,m)$，$\boldsymbol{b}=(1,2)$，$\boldsymbol{a}\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\dfrac{11}{2}$，则实数 m 的值为

A. -1　　B. $-\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 1

4. 已知衡量病毒传播能力的最重要指标叫做传播指数 RO. 它指的是，在自然情况下（没有外力介入，同时所有人都没有免疫力），一个感染到某种传染病的人，会把疾病传染给多少人的平均数. 它的简单计算公式是：RO $=1+$ 确诊病例增长率 $\times$ 系列间隔，其中系列间隔是指在一个传播链中，两例连续病例的间隔时间（单位：天）. 根据统计，确诊病例的平均增长率为 40%，两例连续病例的间隔时间的平均数为 5 天，根据以上 RO 数据计算，若甲得这种传染病，则 5 轮传播后由甲引起的得病的总人数约为

A. 81　　B. 243　　C. 248　　D. 363

5. 已知 $a=\log_2\dfrac{3}{4}$，$b=\log_4\dfrac{4}{5}$，$c=\log_8\dfrac{8}{9}$，则

A. $c<b<a$　　B. $a<b<c$　　C. $c<a<b$　　D. $a<c<b$

6. 2019 年 10 月 07 日，中国传统节日重阳节到来之际，某县民政部门随机抽取 30 个乡村，统计六十岁以上居民占村中居民的百分比数据，得到如图所示茎叶图，若将所得数据整理为频率分布直方图，数据被分成 7 组，则茎叶图的中位数位于

8	8
9	9
10	1 1
11	1 3 3 4 5
12	0 2 3 4 5 5 5
13	1 2 3 3 4 5 6 7 8
14	0 1 3 4
15	1

A. 第 3 组　　B. 第 4 组　　C. 第 5 组　　D. 第 6 组

7. 已知函数 $f(x)=\sin(x+\dfrac{\pi}{6})$ 图象的纵坐标不变，横坐标变为原来的 $\dfrac{1}{\omega}$ 倍后，得到的函数在 $[0,2\pi]$ 上恰有 5 个不同的 x 值，使其取到最值，则正实数 ω 的取值范围是

A. $[\dfrac{13}{6},\dfrac{8}{3})$　　B. $(\dfrac{13}{6},\dfrac{8}{3}]$　　C. $[\dfrac{31}{12},\dfrac{8}{3})$　　D. $(\dfrac{31}{12},\dfrac{8}{3}]$

8. 已知 O 为等腰直角三角形 POD 的直角顶点，以 OP 为旋转轴旋转一周得到几何体 τ，CD 是底面圆 O 上的弦，$\triangle COD$ 为等边三角形，则异面直线 OC 与 PD 所成角的余弦值为

A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

9. 已知椭圆 C_1：$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ 的左，右焦点分别为 F_1，F_2，抛物线 C_2：$y^2=2px(p>0)$ 的准线 l 过点 F_1，设 P 是直线 l 与椭圆 C_1 的交点，Q 是线段 PF_2 与抛物线 C_2 的一个交点，则 $|QF_2|=$

A. $12(3-2\sqrt{2})$　　B. $12(4-2\sqrt{2})$

C. $\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

10. 已知实数 a，b 满足 $\frac{a^2}{8}+\frac{b^2}{2}=1$，当 $\sqrt{a}\cos\theta+\sqrt{2b}\sin\theta$ 取最大值时，$\tan\theta=$

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

11. 设双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左，右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 的直线 l 分别与双曲线左右两支交于 M，N 两点，以 MN 为直径的圆过 F_2，且 $\overrightarrow{MF_2}\cdot\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}^2$，则以下结论正确的个数是

①双曲线 C 的离心率为 $\sqrt{3}$；②双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{2}x$；③直线 l 的斜率为 1.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

12. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)=e^x-ae^{-x}+2\sin x$ 满足 $\begin{cases}f(y-3)\leqslant f(x)\leqslant f(0)\\ f(1-6y)\leqslant f(x)\leqslant f(0)\end{cases}$，则 $z=x-\ln y$ 的最小值是

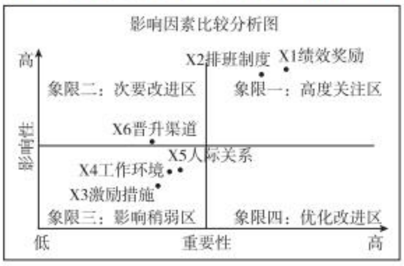
A. $-\ln 6$　　B. -2　　C. $\ln 6$　　D. 2

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22 题～第 23 题为选考题，考生根据要求作答.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.

13. 2020 年 1 月，某公司通过问卷的形式调查影响员工积极性的六项关键指标：绩效奖励、排班制度、激励措施、工作环境、人际关系、晋升渠道，在确定各项指标权重结果后，进而得到指标重要性分析象限图(如图). 若客户服务中心从中任意抽取不同的两项进行分析，则这两项来自影响稍弱区的概率为________.



14. 已知函数 $f(x)=(\frac{1}{2})^{|x-a|}$ 关于 $x=1$ 对称，则 $f(2x-2)\geqslant f(0)$ 的解集为________.

15. 已知△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，周长为 5，$b\cos C=(2a-c)\cos B$，则∠$B=$________，若 $b=2$，则△ABC 的面积为________.（第一空 2 分，第二空 3 分.）

16. 在我国瓷器的历史上六棱形的瓷器非常常见，因为六、八是中国人的吉利数字，所以好多瓷器都做成六棱形和八棱形. 数学李老师有一个正六棱柱形状的笔筒，如图，底面边长为6 cm，高为 18 cm(底部及筒壁厚度忽略不计). 一根长度为 $2\sqrt{85}$ cm 的圆铁棒 l（粗细忽略不计）斜放在笔筒内部，l 的一端置于正六棱柱某一侧棱的底端，另一端置于和该侧棱正对的侧棱上. 一位小朋友玩耍时，向笔筒内注水，恰好将圆铁棒淹没，又将一个圆球放在笔筒口，球面又恰好接触水面，则球的表面积为________cm^2.

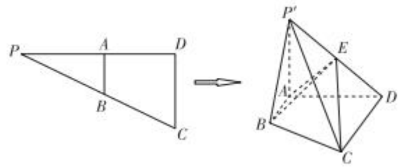
三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

如图，已知 Rt$\triangle PCD$，$PD\perp CD$，A，B 分别为 PD，PC 的中点，$PD=2DC=2$，将$\triangle PAB$ 沿 AB 折起，得到四棱锥 $P'-ABCD$，E 为 $P'D$ 的中点.

（1）证明：$P'D\perp$平面 ABE；

（2）当正视图方向与向量$\overrightarrow{BA}$的方向相同时，$P'-ABCD$ 的正视图为直角三角形，求此时二面角 $A-BE-C$ 的余弦值.



18.（本小题满分 12 分）

已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n，$n\in\mathbf{N}^*$，$a_5=6$，$S_6=27$，

数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n，$T_n=2b_n-n(n\in\mathbf{N}^*)$.

（1）证明：$\{b_n+1\}$是等比数列，并求 b_n；

（2）求数列$\{a_n\cdot b_n\}$的前 n 项和.

19.（本小题满分 12 分）

2020 年春季，某出租汽车公司决定更换一批新的小汽车以代替原来报废的出租车，现有采购成本分别为 11 万元/辆和 8 万元/辆的 A，B 两款车型，根据以往这两种出租车车型的数据，得到两款出租车型使用寿命频数表如下：

使用寿命年数	5 年	6 年	7 年	8 年	总计
A 型出租车(辆)	10	20	45	25	100
B 型出租车(辆)	15	35	40	10	100

（1）填写下表，并判断是否有 99%的把握认为出租车的使用寿命年数与汽车车型有关？

	使用寿命不高于 6 年	使用寿命不低于 7 年	总计
A 型			
B 型			
总计			

（2）以频率估计概率，从 2020 年生产的 A 和 B 的车型中各随机抽取 1 车，以 X 表示这 2 车中使用寿命不低于 7 年的车数，求 X 的分布列和数学期望；

（3）根据公司要求，采购成本由出租公司负责，平均每辆出租车每年上交公司 6 万元，其余维修和保险等费用自理. 假设每辆出租车的使用寿命都是整数年，用频率估计每辆出租车使用寿命的概率，分别以这 100 辆出租车所产生的平均利润作为决策依据，如果你是该公司的负责人，会选择采购哪款车型？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^x-\ln(x+m)$，且 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点.

(1)求 $f(x)$ 的最小值.

(2)是否存在实数 b，使得关于 x 的不等式 $e^x<bx+f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立？若存在，求出 b 的取值范围；若不存在，说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

已知直线 $l:y=mx-\frac{m^2}{2}(m\neq0)$ 与椭圆 $C:ax^2+by^2=1$ 交于不同的两点 A,B，线段 AB 的中点为 D，且直线 l 与直线 OD 的斜率之积为 $-\frac{1}{4}$. 若直线 $x=t$ 与直线 l 交于点 P，与直线 OD 交于点 M，且 M 为直线 $y=-\frac{1}{4}$ 上一点.

(1)求 P 点的轨迹方程；

(2)若 $F(0,\frac{1}{2})$ 为椭圆 C 的上顶点，直线 l 与 y 轴交点 G，记 S 表示面积，求 $\frac{S_{\triangle PFG}}{S_{\triangle PDM}}$ 的最大值.

请考生从第 22、23 题中任选一题作答，并用 2B 铅笔将答题卡上所选题目对应的方框涂黑，按所选涂题号进行评分；多涂、多答，按所涂的首题进行评分；不涂，按本选考题的首题进行评分.

22.（本小题满分 10 分）【选修 4—4：坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中，已知曲线 C_1 的参数方程：$\begin{cases}x=-1+\dfrac{4k}{1+k^2}\\ y=\dfrac{2(1-k^2)}{1+k^2}\end{cases}$（$k$ 为参数），以坐标原点为极点，以 x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$.

(1)求曲线 C_1 的普通方程；

(2)过曲线 C_2 上一点 P 作直线 l 与曲线 C_1 交于 A,B 两点，中点为 D，$|AB|=2\sqrt{3}$，求 $|PD|$ 的最小值.

23.（本小题满分 10 分）【选修 4—5：不等式选讲】

已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}(x+1)^2$.

(1)求 $f(x)+|f(x)-9|$ 的最小值 M；

(2)若正实数 a,b,c 满足 $f(a)+f(b)+f(c)=M$，求证：$a+b+c\leqslant6$.

关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“**答题模板**”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“**必背知识点**”,即可获取《高考考前必背知识点》