数 学 试 题

2022.04

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集U=R,集合$A=\{x|0<x<2\}$,$B=\{x|x\geq 1\}$,则$A\cap(\complement_U B)=$

A. $\{x|0<x\leq 1\}$　B. $\{x|0<x<1\}$　C. $\{x|1\leq x<2\}$　D. $\{x|0<x<2\}$

2. 已知复数$z=\dfrac{3-i}{1-2i}$,i是虚数单位,则复数$z-4$在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　B. 第二象限　C. 第三象限　D. 第四象限

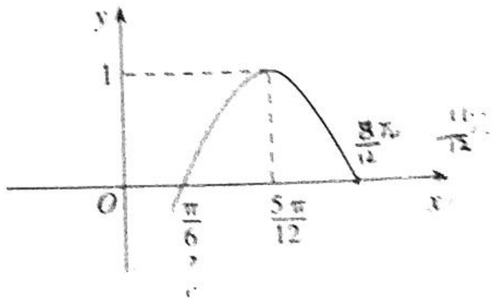
3. 已知$(x-\dfrac{a}{x})(1-x)^4$的展开式中,含x^2项的系数为4,则实数$a=$

A. 2　B. 4　C. -2　D. -4

4. 已知$a=\log_5 2$,$b=\log_{0.5}0.2$,$c=0.5^{0.2}$,则a,b,c的大小关系为

A. $a<b<c$　B. $a<c<b$　C. $b<c<a$　D. $c<a<b$

5. 已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$的图象,如图所示,则



A. 函数$f(x)$的最小正周期是2π

B. 函数$f(x)$在$(\dfrac{\pi}{2},\pi)$上单调递减

C. 曲线$y=f(x+\dfrac{\pi}{12})$关于直线$x=-\dfrac{\pi}{2}$对称

D. 函数$f(x)$在$[-\dfrac{3\pi}{4},-\dfrac{4\pi}{3}]$上的最小值是$-1$

6. 已知盒子中装有形状，大小完全相同的五张卡片，分别标有数字1,2,3,4,5，现每次从中任意取一张，取出后不再放回，若抽取三次，则在前两张卡片所标数字之和为偶数的条件下，第三张为奇数的概率为

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{8}$

7. 已知以F为焦点的抛物线$y^2=-2x$上的两点A,B(点A的横坐标大于点B的横坐标)，满足$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\lambda\overrightarrow{FA}$($O$为坐标原点)，弦$AB$的中点$M$的横坐标为$-\frac{5}{6}$，则实数$\lambda=$

A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{4}{3}$ C. 3 D. 4

8. 已知A,B两点都在以PC为直径的球O的球面上，$AB\perp BC$，$AB=BC=4$，若球O的体积为36π，则异面直线PB与AC所成角的余弦值为

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 下列说法正确的是

A. 经验回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$对应的经验回归直线至少经过其样本数据点中的一个点

B. 在残差的散点图中，残差分布的水平带状区域的宽度越窄，其模型的拟合效果越好

C. 设随机变量ξ服从正态分布$N(0,1)$，若$P(\xi\geq 1)=p$，则$P(-1<\xi<0)=\frac{1}{2}-p$

D. 若将一组样本数据中的每个数据都加上同一个常数，则样本的方差不变

10. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$\frac{3}{2}$，且其右顶点为$A(2,0)$，左，右焦点分别为$F_1,F_2$，点$P$在双曲线$C$上，则下列结论正确的是

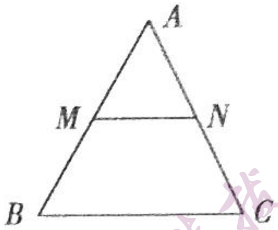
A. 双曲线C的方程为$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$

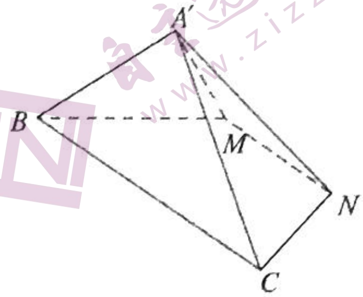
B. 点A到双曲线C的渐近线的距离为$\frac{2\sqrt{5}}{3}$

C. 若$|PF_1|=6$，则$|PF_2|=2$ 或10

D. 若$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PA}=0$，则$\triangle PF_1A$的外接圆半径为$\frac{5}{2}$

1. 已知等边三角形ABC的边长为6，M，N分别为AB，AC的中点，如图所示，将$\triangle AMN$沿MN折起至$\triangle A'MN$，得到四棱锥$A'-MNCB$，则在四棱锥$A'-MNCB$中，下列说法正确的是





A. 当四棱锥$A'-MNCB$的体积最大时，二面角$A'-MN-B$为直二面角

B. 在折起过程中，存在某位置使$BN\perp$平面$A'NC$

C. 当四棱锥$A'-MNCB$体积的最大时，直线$A'B$与平面$MNCB$所成角的正切值为$\frac{\sqrt{21}}{7}$

D. 当二面角$A'-MN-B$的余弦值为$\frac{1}{3}$时，$\triangle A'NC$的面积最大

12. 已知函数$f(x)=\ln x-ax^2+1$，$a\in R$，则下列结论正确的是

A. 对任意的$a\in R$，存在$x_0\in(0,+\infty)$，使得$f(x_0)=0$

B. 若x_1是$f(x)$的极值点，则$f(x)$在$(x_1,+\infty)$上单调递减

C. 函数$f(x)$的最大值为$\frac{1-\ln(2a)}{2}$

D. 若$f(x)$有两个零点，则$0<a<\frac{e}{2}$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知数列$\{a_n\}$是公差大于0的等差数列，$a_1=2$，且a_3+2，a_4，a_6-4成等比数列，则$a_{10}=$________.

14. 已知在边长为4的等边$\triangle ABC$中，$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=$________.

15. 已知$f(x)$是奇函数，且当$x<0$时，$f(x)=-e^{ax}$，$a\in R$. 若$f(\ln 2)=8$，则$a=$________

16. 已知以C为圆心的圆$x^2+y^2-2x-4y+4=0$. 若直线$2ax+by-2=0$（a，b为正实数）平分圆C，则$\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$的最小值是________；设点$M(x_0,3)$，若在圆C上存在点N，使得$\angle CMN=45°$，则x_0的取值范围是________.

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10分）

在$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，$2a\sin^2\frac{B}{2}=\sqrt{3}b\sin A$，$A$的角平分线交$BC$于点$D$.

（1）求B；

（2）若$c=\sqrt{2}$，$AD=\sqrt{3}$，求b.

18.（12分）

已知数列$\{a_n\}$单调递增，其前n项和为S_n，且$a_1=2$，$S_n=\frac{a_n^2}{4}+n$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

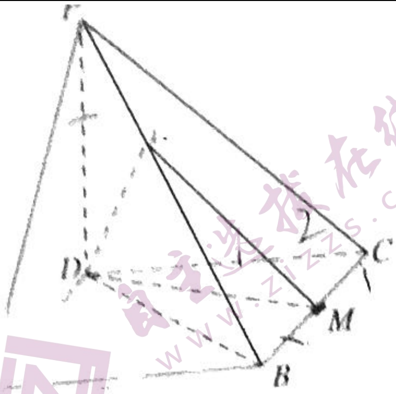
（2）设$b_n=a_n\cdot 3^{\frac{a_n}{2}-1}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$.

19.(12分)

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为菱形，且$\angle DAB=60°$，$PD=AD$，$PD\perp$平面$ABCD$，M为BC中点，$\overrightarrow{PN}=\lambda\overrightarrow{PB}\ (0<\lambda<1)$.

(1)求证：平面$DMN\perp$平面PAD；

(2)当λ取何值时，二面角$B-DN-M$的余弦值为$\frac{\sqrt{15}}{5}$.



20.(12分)

为提升教师的命题能力，某学校将举办一次教师命题大赛，大赛分初赛和复赛，初赛共进行3轮比赛，3轮比赛命制的题目分别适用于高一、高二、高三年级，每轮比赛结果互不影响.比赛规则如下：每一轮比赛限时60分钟，参赛教师要在指定的知识范围内，命制非解答题、解答题各2道，若有不少于3道题目入选，将获得"优秀奖"，3轮比赛中，至少获得2次"优秀奖"的教师将进入复赛，只能进入复赛.教师甲赛前多次进行命题模拟训练，指导老师从教师甲模拟训练命制的题目中，随机抽取了4道非解答题和4道解答题，其中有3道非解答题和2道解答题符合入选标准.

(1)若从模拟训练命制的题目中所抽取的8道题目中，随机抽取非解答题，解答题各2道，由此来估计教师甲在一轮比赛中的获奖情况，试预测教师甲在一轮比赛中获"优秀奖"的概率；

(2)若以模拟训练命制的题目中所抽取的8道题目中两类题目各自入选的频率作为每道该类题目入选的概率，经指导老师对教师甲进行赛前强化训练后，每道非解答题入选的概率不变，每道解答题入选的概率比强化训练前大$\frac{1}{6}$，以获得"优秀奖"次数的期望作为判断依据，试预测教师甲能否进入复赛？

21.(12分)

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过点$(1,\frac{\sqrt{6}}{3})$，过其右焦点$F$且垂直于$x$轴的直线交椭圆$C$于$A$、$B$两点，且$|AB|=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(1)求椭圆C的方程；

(2)若直线$l:y=kx-\frac{1}{2}$与椭圆C交于E、F两点，线段EF的中点为Q，在y轴上是否存在定点P，使得$\angle EQP=2\angle EFP$恒成立？若存在，求出点P的坐标；若不存在，请说明理由.

22.(12分)

已知函数$f(x)=e^{mx}+nx(m\neq0)$.当$m=1$时，曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线与直线$x-y+1=0$垂直.

(1)若$f(x)$的最小值是1，求m的值；

(2)若$A(x_1,f(x_1)),B(x_2,f(x_2))(x_1<x_2)$是函数$f(x)$图象上任意两点，设直线$AB$的斜率为$k$.证明：方程$f'(x)=k$在$(x_1,x_2)$上有唯一实数根.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。