高三数学考试参考答案(文科)

1. A 【解析】本题考查集合的运算,考查数学运算的核心素养.

因为$\complement_U B=\{2,4,6\}$,$A=\{2,3,4,5\}$,所以$A\cap\complement_U B=\{2,4\}$.

2. C 【解析】本题考查复数的运算,考查数学运算的核心素养.

因为$z=\frac{5}{2+i}=\frac{5(2-i)}{5}=2-i$,所以$|z|=\sqrt{5}$.

3. D 【解析】本题考查导数的几何意义,考查数学运算的核心素养.

因为$f'(x)=2x-a+\frac{1}{x}$,所以$f'(1)=3-a=1$,解得$a=2$.

4. D 【解析】本题考查统计的知识,考查数据分析与数学运算的核心素养.

对于A,由$1000\times(1-18\%)=820$,知30岁以上人群拥有汽车的人数为820,故A错误;

对于B,由图得不出40～45岁之间的人群拥有汽车的人数最多,故B错误;

对于C,55岁以上人群每年购买车险的总费用约为$1000\times17\%\times3100=527000$元,18～30岁之间的人群每年购买车险的总费用约为$1000\times18\%\times2800=504000$元,故C错误;

对于D,40～55岁之间的人群每年购买车险的总费用约为$1000\times40\%\times3900=1560000$元,$1560000>527000+504000$,故D正确.

5. C 【解析】本题考查线性规划,考查数学运算与直观想象的核心素养.

画出可行域(图略)知,当直线$z=3x-2y$经过点$(2,-4)$时,z最大,且z的最大值为14.

6. A 【解析】本题考查双曲线的性质,考查数学运算的核心素养.

因为$\frac{b}{a}=2$,所以$b=2a$,把点$(\sqrt{3},2)$的坐标代入方程$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4a^2}=1$,得$a^2=2$,所以$b^2=8$,则$C$的标准方程为$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{8}=1$.

7. D 【解析】本题考查解三角形的知识,考查数学运算的核心素养.

因为$b\cos A=a(\sqrt{3}-\cos B)$,所以$\sin B\cos A=\sqrt{3}\sin A-\sin A\cos B$,

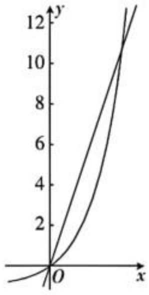
移项得$\sin B\cos A+\sin A\cos B=\sqrt{3}\sin A$,即$\sin C=\sqrt{3}\sin A$,所以$c=\sqrt{3}a=2\sqrt{3}$.

8. D 【解析】本题考查程序框图,考查逻辑推理与数学运算的核心素养.

$S=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\cdots+(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})=\sqrt{k+1}-1$,由$\sqrt{k+1}-1=19$,得$k=399$,即当$k=399$时,满足判断框内的条件,当$k=400$时,不满足判断框内的条件,结束运行,所以判断框内应填入的条件是“$k<400?$”.

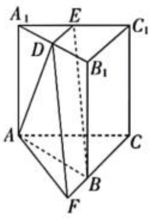
9. B 【解析】本题考查函数的应用,考查直观想象的核心素养.

设当甲、乙再次相遇时,所用的时间为 t 小时,则 $2^t-1=3t$,分别作出 $f(t)=2^t-1$,$g(t)=3t$ 的大致图象,令 $F(t)=2^t-1-3t$,则 $F'(t)=2^t\ln 2-3$ 为增函数,$F(t)=2^t-1-3t$ 有唯一的极值点 $t_0=\log_2\dfrac{3}{\ln 2}$,则 $F(t)=2^t-1-3t$ 在 $(0,t_0)$ 上单调递减,在 $(t_0,+\infty)$ 上单调递增,由于 $F(2)<0$,$F(3)<0$,$F(4)>0$,所以 $t\in(3,4)$.



10. C 【解析】本题考查异面直线所成的角,考查直观想象的核心素养.

如图,延长 CB 至 F,使得 $BF=\dfrac{1}{2}CB$,连接 DE,DF,AF,易证四边形 $BEDF$ 是平行四边形,则 $\angle ADF$ 为异面直线 AD 与 BE 所成的角或补角. 设 $AB=AA_1=2$,易求 $DF=\sqrt{2^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{7}$,$AD=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$,$AF=\sqrt{7}$,设异面直线 AD 与 BE 所成的角为 θ,则 $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{35}}{14}$.



11. C 【解析】本题考查抽象函数的求值,考查数学抽象的核心素养.

因为 $f(x+y)=f(x)+f(y)$,所以 $f(0+0)=f(0)+f(0)=2f(0)$,即 $f(0)=0$.

所以 $f(\ln 2023)+f(\ln\dfrac{1}{2023})=f(\ln 2023-\ln 2023)=f(0)=0$.

12. B 【解析】本题考查数学文化与等比数列的求和,考查数学抽象与数学运算的核心素养.

由题意,若正整数 $m\leqslant 6^n$,且与 6^n 不互质,则这个数为偶数或 3 的倍数,共有 $\dfrac{2}{3}\times 6^n$ 个,所以 $\varphi(6^n)=\dfrac{1}{3}\times 6^n=2\times 6^{n-1}$,即数列 $\{\varphi(6^n)\}$ 是首项为 2,公比为 6 的等比数列,所以 $S_{12}=\dfrac{2(6^{12}-1)}{6-1}=\dfrac{2}{5}(6^{12}-1)$.

13. 9 【解析】本题考查平面向量的垂直,考查数学运算的核心素养.

因为 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(2\lambda-1,2-3\lambda)$,$(\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$,所以 $4(2\lambda-1)+3(2-3\lambda)=0$,解得 $\lambda=2$,则 $\lambda\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}=(0,-9)$,$|\lambda\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}|=9$.

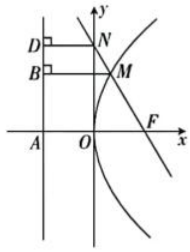
14. 70 【解析】本题考查等差数列的求和,考查数学运算的核心素养.

设公差为 d,因为 $\{a_n\}$ 是等差数列,所以 $2(a_1+4d)-(a_1+5d)=10$,化简得 $a_1+3d=10$,即 $a_4=10$,所以 $S_7=7a_4=70$.

15. 36π 【解析】本题考查三棱柱的外接球的表面积,考查直观想象的核心素养.

由题设知 AB,AC,AA_1 两两垂直,设直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 外接球的半径为 R,则 $2R=\sqrt{4^2+4^2+2^2}=6$,解得 $R=3$,所以所求外接球的表面积 $S=4\pi R^2=36\pi$.

16. 4 **【解析】本题考查抛物线的定义及性质,考查直观想象的核心素养.**



易知焦点 F 的坐标为(2,0),准线方程为 $x=-2$,如图,$\overrightarrow{FM}=2\overrightarrow{MN}$,可知线段 BM 平行于 AF 和 DN,因为 $|DN|=2,|AF|=4$,$\frac{|BM|-2}{2}=\frac{|MN|}{|NF|}=\frac{1}{3}$,所以 $|BM|=\frac{8}{3}$,又由定义知 $|BM|=|MF|=\frac{8}{3}$,所以 $|FN|=|MN|+|FM|=4$.

17. 解:(1)因为 $f(x)=\sin^2x+\sin x\cos x-1=\frac{1-\cos 2x}{2}+\frac{1}{2}\sin 2x-1=\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x)-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})-\frac{1}{2}$, ……………… 3 分

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 π. ……………… 4 分

由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x-\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$,解得 $-\frac{\pi}{8}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{3\pi}{8}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$,

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $[-\frac{\pi}{8}+k\pi,\frac{3\pi}{8}+k\pi](k\in\mathbf{Z})$. ……………… 6 分

(2)因为 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$,所以 $2x-\frac{\pi}{4}\in[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$, ……………… 8 分

所以 $-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant\sin(2x-\frac{\pi}{4})\leqslant 1$,所以 $-1\leqslant f(x)\leqslant\frac{\sqrt{2}-1}{2}$, ……………… 10 分

当 $2x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$,即 $x=\frac{3\pi}{8}$ 时,$f(x)_{\max}=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$,

所以 $f(x)$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$,此时 $x=\frac{3\pi}{8}$. ……………… 12 分

评分细则:

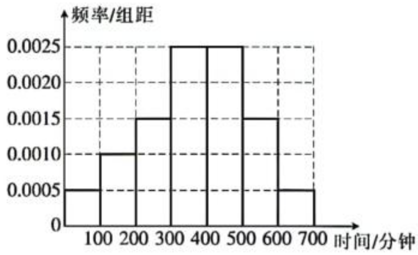
【1】第一问,将 $f(x)=\sin^2x+\sin x\cos x-1$ 化简为 $f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})-\frac{1}{2}$,得 3 分,求出最小正周期,累计得 4 分,第一问全部正确解出,累计得 6 分.

【2】第二问,求出 $2x-\frac{\pi}{4}\in[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$,累计得 8 分,求出 $-1\leqslant f(x)\leqslant\frac{\sqrt{2}-1}{2}$,累计得 10 分,最后求出正确答案,累计得 12 分.

18. 解:(1)学生的运动时间超过 500 分钟的频率为 $\frac{40}{200}=\frac{1}{5}$, ……………… 2 分

所以估计该校的“运动达人”有 $\frac{1}{5}\times 3000=600$ 人. ……………… 4 分

(2)频率分布直方图补充如下：



…………………………………………………………………………………… 8 分

(3)因为学生的运动时间在[0,300]内的频率为$\frac{60}{200}=0.3$，在[0,400]内的频率为$\frac{110}{200}=0.55$，所以中位数在(300,400]内，…………………………………………………… 10 分

设该中位数为$300+x$，则$0.0025x=0.2$，解得$x=80$，所以估计该校学生一个星期运动时间的中位数为380. ……………………………………………………………………… 12 分

评分细则：

【1】第一问，求出相应的频率为$\frac{1}{5}$，得2分，估计"运动达人"有600人，累计得4分.

【2】第二问，画出完整的频率分布直方图，累计得8分，每画错一个小长方形，扣1分.

【3】判断出中位数所在的区间，累计得10分，正确计算出中位数为380，累计得12分.

【4】采用其他方法，参照本评分标准依步骤给分.

19.(1)证明：连接OB，因为$\triangle ABC$为等腰直角三角形，$\angle B=90°$，$AB=2\sqrt{2}$，

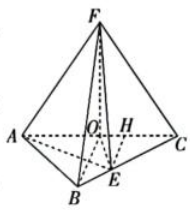
所以$AC=4$，$OB=2$. ……………………………………………………………… 1 分

在等边$\triangle FAC$中，$FO\perp AC$，$FO=4\times\sin 60°=2\sqrt{3}$. ……………………………… 2 分

又$FB=4$，所以$FO^2+OB^2=FB^2$，即$FO\perp OB$. ……………………………………… 4 分

因为$AC\cap OB=O$，所以$FO\perp$平面ABC. ………………………………………… 5 分

(2)解：作$EH\perp AC$，垂足为H.



因为$EH// OB$，所以$\frac{EH}{OB}=\frac{EC}{BC}=\frac{2}{3}$，解得$EH=\frac{4}{3}$，…………………… 7 分

所以$S_{\triangle OAE}=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{4}{3}=\frac{4}{3}$. ……………………………………… 8 分

在$\triangle OHE$中，$OE^2=(\frac{2}{3})^2+(\frac{4}{3})^2=\frac{20}{9}$，则$OE=\frac{2\sqrt{5}}{3}$. ……………… 9 分

又$OF=2\sqrt{3}$，所以$S_{\triangle OEF}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times\frac{2\sqrt{5}}{3}=\frac{2\sqrt{15}}{3}$. ……………………………… 10 分

设点A到平面OEF的距离为d，由$V_{A-OEF}=V_{F-OAE}$，得$\frac{1}{3}S_{\triangle OEF}\cdot d=\frac{1}{3}S_{\triangle OAE}\cdot OF$，

即$\frac{1}{3}\times\frac{2\sqrt{15}}{3}d=\frac{1}{3}\times\frac{4}{3}\times 2\sqrt{3}$，解得$d=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，即点$A$到平面$OEF$的距离为$\frac{4\sqrt{5}}{5}$. ………
……………………………………………………………………………… 12 分

评分细则：

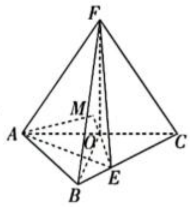
(方法二)(1)同上(1). ………………………………………………………… 5 分

(2)过 A 作 $AM\perp OE$,垂足为 M.

由(1)知 $FO\perp$ 平面 ABC.

因为 $AM\subset$ 平面 ABC,所以 $FO\perp AM$. ……………………………… 7 分

又 $AM\perp OE$,$OE\cap OF=O$,所以 $AM\perp$ 平面 OEF,AM 的长度即点 A 到平面 OEF 的距离.
………………………………………………………………………… 8 分



在$\triangle OCE$ 中,因为 $OC=2$,$CE=\frac{4\sqrt{2}}{3}$,$\angle BCA=45°$,

所以 $OE^2=2^2+(\frac{2\sqrt{2}}{3})^2-2\times2\times\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{20}{9}$,则 $OE=\frac{2\sqrt{5}}{3}$. …… 10 分

由 $\frac{OE}{\sin\angle BCA}=\frac{CE}{\sin\angle COE}$,得 $\frac{2\sqrt{5}}{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{\frac{4\sqrt{2}}{3}}{\sin\angle COE}$,解得 $\sin\angle COE=$

$\frac{2\sqrt{5}}{5}$, ………………………………………………………… 11 分

所以 $AM=AO\sin\angle COE=\frac{4\sqrt{5}}{5}$,即点 A 到平面 OEF 的距离为$\frac{4\sqrt{5}}{5}$. ……………… 12 分

20. 解:(1)因为$\triangle ABF_2$ 的周长为 8,所以 $4a=8$,解得 $a=2$. ……………………… 2 分

将点$(-1,\frac{3}{2})$的坐标代入椭圆方程$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1$,解得 $b=\sqrt{3}$. ……………………… 3 分

所以椭圆 E 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ………………………………………… 4 分

(2)由(1)知圆 O 的方程为 $x^2+y^2=4$,设直线 l 的方程为 $x=my-1$,

则圆心 O 到直线 l 的距离 $d=\frac{1}{\sqrt{1+m^2}}$. ……………………………………… 5 分

由 $|CD|=2\sqrt{4-d^2}\in[2\sqrt{3},\frac{2\sqrt{33}}{3}]$,可得 $m^2\in[0,2]$. ……………………… 6 分

设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,联立方程组$\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\\ x=my-1,\end{cases}$消去 x 得$(4+3m^2)y^2-6my-9=0$,

则 $y_1+y_2=\frac{6m}{4+3m^2}$,$y_1y_2=-\frac{9}{4+3m^2}$, ……………………………………… 7 分

所以 $S_{\triangle ABF_2}=\frac{1}{2}\times|F_1F_2|\times|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=12\sqrt{\frac{m^2+1}{(4+3m^2)^2}}$. …… 8 分

设 $t=m^2+1\in[1,3]$,则 $S_{\triangle ABF_2}=12\sqrt{\frac{t}{(1+3t)^2}}=12\sqrt{\frac{1}{9t+\frac{1}{t}+6}}$,

易知 $h(t)=9t+\frac{1}{t}+6$ 在$[\frac{1}{3},+\infty)$上单调递增,从而 $h(t)$在$[1,3]$上单调递增, …… 10 分

因为 $16\leqslant h(t)\leqslant\frac{100}{3}$，所以 $S_{\triangle ABF_2}\in[\frac{6\sqrt{3}}{5},3]$. ………………………………………… 12 分

评分细则：

【1】第一问，求出 $a=2$，得 2 分，求出 $b=\sqrt{3}$，累计得 3 分，求出标准方程累计得 4 分.

【2】第二问，求出 $d=\frac{1}{\sqrt{1+m^2}}$，累计得 5 分，求出 $m^2\in[0,2]$，累计得 6 分，根据韦达定理写出 $y_1+y_2=\frac{6m}{4+3m^2}$，$y_1y_2=-\frac{9}{4+3m^2}$，累计得 7 分，求出 $S_{\triangle ABF_2}=12\sqrt{\frac{m^2+1}{(4+3m^2)^2}}$，累计得 8 分，直到给出正确结论，累计得 12 分.

【3】第二问，直线 l 的方程也可以设为 $y=k(x+1)$ 和 $x=-1$，参照上述步骤给分.

21. 解：(1) 当 $a=0$ 时，$f(x)=e^x+(1-e)x-1$，所以 $f'(x)=e^x+1-e$，………………………… 1 分

令 $f'(x)=0$，得 $x=\ln(e-1)$，………………………………………………………………… 2 分

则 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln(e-1))$ 上单调递减，在 $(\ln(e-1),+\infty)$ 上单调递增，……………… 3 分

所以 $f(x)$ 的极小值为 $f(\ln(e-1))=(1-e)\ln(e-1)+e-2$. ……………………………… 4 分

(2) 已知 $f(x)=0$ 在 $(0,1)$ 内有解，设 x_0 为 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内的一个零点，

由 $f(0)=f(1)=0$，知 $f(x)$ 在 $(0,x_0)$，$(x_0,1)$ 内都不单调. ……………………………… 5 分

设 $h(x)=f'(x)=e^x-2ax+(a+1-e)$，则 $h(x)$ 在 $(0,x_0)$，$(x_0,1)$ 内均存在零点，即 $h(x)$ 至少有两个零点. ……………………………………………………………………………… 6 分

$h'(x)=e^x-2a(0<x<1)$，

当 $a\geqslant\frac{e}{2}$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，$h(x)$ 不可能有两个及以上零点，舍去；……………………………………………………………………………………… 7 分

当 $a\leqslant\frac{1}{2}$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，$h(x)$ 不可能有两个及以上零点，舍去；……………………………………………………………………………………… 8 分

当 $\frac{1}{2}<a<\frac{e}{2}$ 时，令 $h'(x)=0$，得 $x=\ln(2a)\in(0,1)$，所以 $h(x)$ 在 $(0,\ln(2a))$ 上单调递减，在 $(\ln(2a),1)$ 上单调递增，$h(x)$ 在 $(0,1)$ 上存在最小值 $h(\ln(2a))$.

若 $h(x)$ 有两个零点，则 $h(\ln(2a))<0$，$h(0)>0$，$h(1)>0$，………………………………… 9 分

而 $h(\ln(2a))=3a-2a\ln(2a)+1-e(\frac{1}{2}<a<\frac{e}{2})$，

令 $t=2a(1<t<e)$，则 $h(\ln(2a))=\varphi(t)=\frac{3}{2}t-t\ln t+1-e(1<t<e)$，

则 $\varphi'(t)=\frac{1}{2}-\ln t$，$\varphi(t)$ 在 $(1,\sqrt{e})$ 上单调递增，在 $(\sqrt{e},e)$ 上单调递减.

所以 $\varphi(t)_{\max}=\varphi(\sqrt{e})=\sqrt{e}+1-e<0$，即 $h(\ln(2a))<0$ 恒成立，……………………… 11 分

由 $h(0)=a-e+2>0$，$h(1)=1-a>0$，得 $e-2<a<1$，即 a 的取值范围是 $(e-2,1)$. ……
……………………………………………………………………………………………… 12 分

评分细则：

【1】第一问，写出 $f'(x)=e^x+1-e$，得 1 分，求出 $f(x)$ 的极值点，累计得 2 分，写出单调区间，累计得 3 分，求出 $f(x)$ 的极值，累计得 4 分.

【2】第二问，判断出 $h(x)$ 至少有两个零点，累计得 6 分，正确讨论 $a\geqslant\frac{e}{2}$ 时的情形，累计得 7 分，正确讨论 $a\leqslant\frac{1}{2}$ 时的情形，累计得 8 分，证出 $h(\ln(2a))<0$，累计得 11 分，直至求出 a 的取值范围是 $(e-2,1)$，累计得 12 分.

【3】采用其他方法，参照本评分标准依步骤给分.

22. 解：(1) 因为 $(x+4)^2+y^2=9$，所以 $x^2+y^2+8x+7=0$，…… 2 分

由 $x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，可得圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2+8\rho\cos\theta+7=0$. …… 4 分

(2) 因为 $\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha,\end{cases}$ 所以 $\frac{y}{x}=\tan\alpha$，即直线 l 的直角坐标方程为 $x\tan\alpha-y=0$. …… 5 分

圆心 $C(-4,0)$ 到直线 l 的距离 $d=\frac{4|\tan\alpha|}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$，…… 7 分

因为 $d^2+\frac{|AB|^2}{4}=9$，所以 $\frac{16\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}+1=9$，…… 9 分

解得 $\tan\alpha=\pm1$，即 l 的斜率为 ±1. …… 10 分

评分细则： 无界学习公众号

(方法二)(1) 同上(1). …… 4 分

(2) 因为 $\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha,\end{cases}$ 所以 $\frac{y}{x}=\tan\alpha$，因为 $x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，所以 $\tan\theta=\tan\alpha$，即直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\alpha(\rho\in\mathbf{R})$. …… 5 分

设 A,B 对应的极径分别为 ρ_1,ρ_2，将 $\theta=\alpha(\rho\in\mathbf{R})$ 代入 C 的极坐标方程 $\rho^2+8\rho\cos\theta+7=0$，得 $\rho^2+8\rho\cos\alpha+7=0$，

所以 $\rho_1+\rho_2=-8\cos\alpha, \rho_1\rho_2=7$. …… 6 分

因为 $|AB|=2$，所以 $|\rho_1-\rho_2|=2$，即 $\sqrt{64\cos^2\alpha-28}=2$，…… 8 分

解得 $\cos^2\alpha=\frac{1}{2}$，所以 $\sin^2\alpha=\frac{1}{2}$，…… 9 分

所以 $\tan^2\alpha=1$，从而 $\tan\alpha=\pm1$，即 l 的斜率为 ±1. …… 10 分

23. 解：(1) 若 $a=1$，则 $f(x)=|x-2|+2$.

因为 $f(x)\leqslant4$，所以 $|x-2|+2\leqslant4$，即 $|x-2|\leqslant2$，…… 2 分

所以 $-2\leqslant x-2\leqslant2$，解得 $0\leqslant x\leqslant4$，即原不等式的解集为 $[0,4]$. …… 4 分

(2) 不等式 $f(x)+g(x)\geqslant5$ 可化为 $|x-2a|+|x-1|\geqslant5-2a$.

当 $a\geqslant\frac{5}{2}$ 时，$5-2a\leqslant0$，原不等式恒成立，所以 $a\geqslant\frac{5}{2}$. …… 5 分

当 $a<\frac{5}{2}$ 时，$|x-2a|+|x-1|\geqslant5-2a$ 恒成立，所以 $(|x-2a|+|x-1|)_{\min}\geqslant5-2a$. …… 7 分

因为$|x-2a|+|x-1|\geqslant|2a-1|$，所以$|2a-1|\geqslant5-2a$，

所以$4a^2-4a+1\geqslant25-20a+4a^2$，解得$\frac{3}{2}\leqslant a<\frac{5}{2}$. ………………………………… 9 分

综上，$a\geqslant\frac{3}{2}$，即 a 的取值范围为$[\frac{3}{2},+\infty)$. ………………………………… 10 分

评分细则：

【1】第一问，写出$|x-2|\leqslant2$，得 2 分，求出原不等式的解集为$[0,4]$，累计得 4 分.

【2】第二问，第一个讨论，并求出解集，累计得 5 分，第二个讨论，并求出解集，累计得 9 分，综合上述讨论，最后写出正确结果，累计得 10 分.