

衡水金卷·先享题·高三·理科·数学

绝密★启用前



2020—2021 学年度上学期高三年级一调考试  
理数试卷

本试卷共 4 页, 22 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、考号等填写在试题卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答: 用签字笔直接写在答题卡上; 对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束一定时间后, 通过扫描二维码看考题视频讲解。

第 I 卷

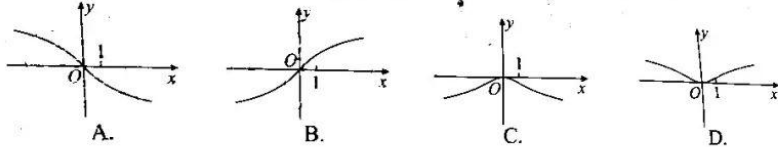
一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 若全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , 集合  $M = \{1, 3, 4\}$ ,  $N = \{2, 3, 4\}$ , 则集合  $(\complement_U M) \cup (\complement_U N) =$   
 A.  $\{5, 6\}$       B.  $\{1, 5, 6\}$       C.  $\{2, 5, 6\}$       D.  $\{1, 2, 5, 6\}$   
 2. 已知集合  $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{y \mid y = 2^x\}$ , 若  $M = A \cap B$ , 则集合  $M$  的子集个数是  
 A. 2      B. 3      C. 4      D. 8  
 3. 设  $m \in \mathbb{R}$ , 命题“存在  $m > 0$ , 使方程  $x^2 + x - m = 0$  有实根”的否定是  
 A. 任意  $m > 0$ , 使方程  $x^2 + x - m = 0$  无实根  
 B. 任意  $m < 0$ , 使方程  $x^2 + x - m = 0$  有实根  
 C. 存在  $m > 0$ , 使方程  $x^2 + x - m = 0$  无实根  
 D. 存在  $m < 0$ , 使方程  $x^2 + x - m = 0$  有实根  
 4. 下列命题中的假命题是  
 A.  $\exists x \in \mathbb{R}, \lg x = 0$       B.  $\exists x \in \mathbb{R}, \tan x = 1$   
 C.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$       D.  $\forall x \geq 0, x \geq \sin x$   
 5. 设  $a, b$  为非零向量, 则“ $a \perp b$ ”是“ $|a + b| = |a - b|$ ”的  
 A. 充分不必要条件  
 B. 充要条件  
 C. 必要不充分条件  
 D. 既不充分也不必要条件  
 6. 已知  $a > 0, b > 0$ , 则“ $a + b \geq 4$ ”是“ $ab \geq 4$ ”的  
 A. 充分不必要条件  
 B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 既不充分也不必要条件  
 7. 若直线  $y = -x + 2$  与曲线  $y = -e^{x+a}$  相切, 则  $a =$   
 A. -3      B. -2      C. -1

高三一调·理数第1页(共4页)

$ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}$   
 $4 \leq ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}$   
 $\frac{(a+b)^2}{4} \geq 4$   
 $a > 0, b > 0$   
 设  $P(x_0, -e^{x_0+a})$   
 $y = -e^{x+a} \quad y' = -e^{x+a}$   
 $y - y_0 = -e^{x_0+a}(x - x_0)$   
 $-e^{x_0+a}x + (x_0 - 1)e^{x_0+a}$   
 $y = -x + 2$   
 $\begin{cases} -e^{x_0+a} = -1 \\ (x_0 - 1)e^{x_0+a} = 2 \end{cases}$   
 $x_0 = 3 \quad a = -3$

8. 已知  $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ,  $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ ,  $c = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是
- A.  $a < b < c$       B.  $a < c < b$       C.  $b < a < c$       D.  $c < a < b$
9. 若函数  $f(x) = ke^x - \frac{1}{2}x^2$  在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增, 则实数  $k$  的取值范围是
- A.  $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$       B.  $(0, +\infty)$       C.  $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$       D.  $[0, +\infty)$
10. 函数  $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} - kx)$  的图象不可能是?



11. 已知奇函数  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上存在导数  $f'(x)$ , 当  $x < 0$  时,  $f'(x) < -\frac{2}{x}f(x)$ , 则使得  $(x^2 - 1)f(x) < 0$  成立的  $x$  的取值范围为
- A.  $(-1, 0) \cup (0, 1)$       B.  $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$   
C.  $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$       D.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

12. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x, & x < 0, \\ f(x-2), & x \geq 0, \end{cases}$  以下结论正确的是
- ①  $f(-3) + f(2019) = -3$ ;  
②  $f(x)$  在区间  $[4, 5]$  上是增函数;  
③ 若方程  $f(x) = kx + 1$  恰有 3 个实根, 则  $k \in \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ ;  
④ 若函数  $y = f(x) - b$  在  $(-\infty, 4)$  上有 6 个零点  $x_i (i=1, 2, 3, 4, 5, 6)$ , 则  $\sum_{i=1}^6 x_i f(x_i)$  的取值范围是  $(0, 6)$ .
- A. ①②③      B. ③④      C. ②③      D. ②③④

第 II 卷

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分。

13. 已知直线  $a, b$ , 平面  $\alpha, \beta$ , 且  $a \parallel b, a \perp \beta$ , 则  $b \parallel \alpha$  是  $a \perp \beta$  的 \_\_\_\_\_ 条件. (选填“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”之一)
14. 已知函数  $f(x) = \frac{x^2 + x(1 + \sin x) + 1}{2x}$ , 若  $f(a) = -3$ , 则  $f(-a) =$  \_\_\_\_\_.
15. 已知  $f(x+1)$  是偶函数且在  $[0, +\infty)$  上单调递增, 且满足  $f(2) = 0$ , 则不等式  $f(2x-1) \geq 0$  的解集是 \_\_\_\_\_.
16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & 0 \leq x < 2, \\ e^{x-3}, & 2 \leq x \leq 4, \end{cases}$  若存在实数  $x_1, x_2$  满足  $0 \leq x_1 < x_2 \leq 4$ , 且  $f(x_1) = f(x_2)$ , 则  $x_2 - x_1$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

三、解答题:解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知集合  $A = \{x | -3 < x < 2\}$ ,  $B = \{x | 1 < 2x < 8\}$ ,  $C = \{x | 1 - m < x < m + 3\}$ .

(1) 求  $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B)$ ;

(2) 若  $C \cap (A \cup B) = C$ , 求实数  $m$  的取值范围.

$$\begin{cases} 1-m > -3 \\ m+3 \leq 3 \\ 1-m \leq m+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -m > -4 \\ m \leq 0 \\ m \leq 0 \end{cases}$$

18. (本小题满分 12 分)

已知命题  $p$ : 实数  $x$  满足  $x^2 - (3a+1)x + 2a^2 + a < 0$ ,  $q$ : 实数  $x$  满足函数  $f(x) = \frac{\log_2(4-x)}{\sqrt{x-2}}$  有意义.

(1) 若  $a=1$ , 且  $p \wedge q$  为真, 求实数  $x$  的取值范围;

(2) 若  $a > 0$ , 且  $\neg p$  是  $\neg q$  的充分不必要条件, 求实数  $a$  的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \log_a(ax^2 - x)$ .

(1) 若  $a = \frac{1}{2}$ , 求  $f(x)$  的单调区间;

(2) 若  $f(x)$  在区间  $[2, 4]$  上是增函数, 求实数  $a$  的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = a \cdot 2^x + 2^{-x}$  为奇函数.

(1) 求实数  $a$  的值;

(2) 若关于  $x$  的不等式  $4^x + 4^{-x} - k f(x) < 0$  在区间  $[1, 2]$  上恒成立, 求实数  $k$  的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = (a+2)x^2 + ax - \ln x (a \in \mathbf{R})$ .

(1) 当  $a=0$  时, 求曲线  $y=f(x)$  在  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(2) 设  $g(x) = x^2 - \frac{2}{3}x^3$ , 若  $\forall x_1 \in (0, 1], \exists x_2 \in [0, 1]$ , 使得  $f(x_1) \geq g(x_2)$  成立, 求实数  $a$  的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \sin x - e^{x-2}$ .

(1) 证明:  $f(x)$  在区间  $(0, \frac{\pi}{2})$  存在唯一极大值点;

(2) 证明:  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上有且仅有 2 个零点.

厚积 有恒 弥 弥 封 封 线 线 内 内 禁 禁 不 不 要 要 订 订 答 答 题 题 卷 卷 水 水 开 开

## 关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (<http://www.zizzs.com/>) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线