

## 2022~2023 学年新乡高三第二次模拟考试 数学(文科)

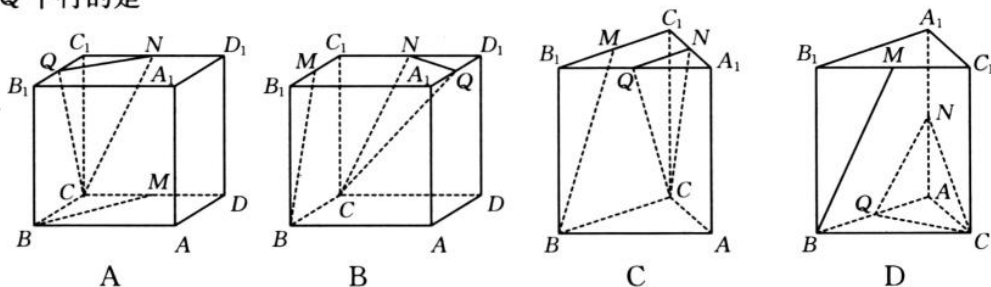
### 考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

### 第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | -1 \leq 2x - 1 \leq 3\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 3x < 0\}$ , 则  $A \cup B =$   
A.  $(0, 2]$                       B.  $[0, 2]$                       C.  $[0, 3)$                       D.  $[0, 3]$
2. 复数  $z = 2i(1+i)$  的虚部为  
A.  $-2$                               B.  $2$                               C.  $-2i$                           D.  $2i$
3. 若  $a = 2^{0.1}$ ,  $b = \log_{0.2} 0.3$ ,  $c = \log_2 0.3$ , 则  
A.  $a > c > b$                       B.  $b > a > c$                       C.  $b > c > a$                       D.  $a > b > c$
4. 在区间  $(-1, 3)$  中随机取一个数, 则取到的数的绝对值小于  $\frac{1}{2}$  的概率为  
A.  $\frac{1}{8}$                                   B.  $\frac{1}{6}$                                   C.  $\frac{1}{4}$                                   D.  $\frac{1}{3}$
5. 已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 点  $P$  在抛物线  $C$  上,  $Q(5, 0)$ , 若  $\triangle PQF$  的面积为  $4\sqrt{3}$ , 则  $|PF| =$   
A. 4                                      B. 3                                      C. 5                                      D. 2
6. 已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n + 2a_{n+1} = 6n + 1$ , 则  $\{a_n\}$  的前 20 项和  $S_{20} =$   
A. 400                                  B. 380                                  C. 340                                  D. 280
7. 在如图所示的正方体或正三棱柱中,  $M, N, Q$  分别是所在棱的中点, 则满足直线  $BM$  与平面  $CNQ$  平行的是



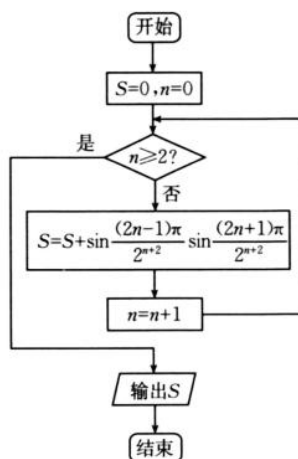
【高三数学 第 1 页(共 6 页)文科】

8. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x+2) = -f(x)$ , 且  $f(x - \frac{1}{2})$  为偶函数, 当  $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$  时,  $f(x) = x^3$ , 则  $f(2023) =$

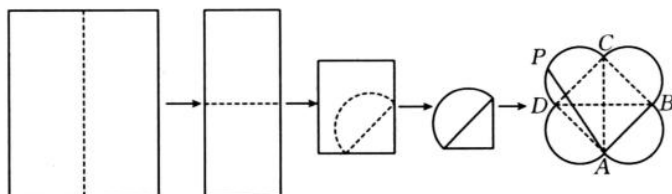
- A. 0  
B.  $\frac{1}{8}$   
C.  $-\frac{1}{8}$   
D. 1

9. 执行如图所示的程序框图, 则输出  $S$  的结果为

- A.  $\frac{1}{2}$   
B.  $-\frac{1}{2}$   
C.  $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$   
D.  $\frac{\sqrt{2}-2}{4}$



10. 剪纸是中国古老的传统民间艺术之一, 剪纸时常会沿着纸的某条对称轴对折. 将一张纸片先左右折叠, 再上下折叠, 然后沿半圆弧虚线裁剪, 展开得到最后的图形, 若正方形  $ABCD$  的边长为 2, 点  $P$  在四段圆弧上运动, 则  $\vec{AP} \cdot \vec{AB}$  的取值范围为



- A.  $[-1, 3]$   
B.  $[-2, 6]$   
C.  $[-3, 9]$   
D.  $[-3, 6]$

11. 已知函数  $f(x) = \sin \omega x + \sqrt{3} \cos \omega x (\omega > 0)$  在  $(0, \frac{\pi}{3})$  上存在零点, 且在  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$  上单调, 则  $\omega$  的取值范围为

- A.  $(2, 4]$   
B.  $[2, \frac{7}{2}]$   
C.  $[\frac{7}{3}, \frac{26}{9}]$   
D.  $[\frac{7}{3}, 4]$

12. 已知  $F$  是双曲线  $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左焦点,  $P$  是  $E$  右支上一点,  $PF$  与  $E$  的渐近线分别交于  $A, B$  两点, 且  $\vec{FA} = \vec{AB} = 2\vec{BP}$ , 则  $E$  的离心率为

- A.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$   
B.  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$   
C.  $\sqrt{3}$   
D.  $\sqrt{6}$

## 第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 函数  $f(x) = x + \cos x$  的图象在  $x = 0$  处的切线方程为         .

【高三数学 第 2 页 (共 6 页) 文科】

14. 设正项等比数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 + a_2 = 3, a_3 - a_2 = 2$ , 则  $a_4 =$   $\blacktriangle$ .
15. 某中学有高中生 2500 人, 初中生 3750 人. 用分层抽样的方法从该校学生中抽取 5 人, 组成校篮球运动小组, 则从高中生中抽取  $\blacktriangle$  人, 若从这 5 人中任意选取 2 人为组长, 则初中生和高中生各有 1 人为组长的概率为  $\blacktriangle$ . (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)
16. 若正四面体的棱长为 4, 则该四面体内切球的球心到其一条侧棱的距离为  $\blacktriangle$ .

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

世界上的能源消耗有  $\frac{1}{3} \sim \frac{1}{2}$  是由摩擦和磨损造成的, 一般机械设备中约有 80% 的零件因磨损而失效报废. 零件磨损是由多方面因素造成的, 某机械设备的零件随着使用时间的增加, “磨损指数”也在增加. 现根据相关统计, 得到一组数据如下表.

使用时间 $t$ /年	1	2	3	4	5
磨损指数 $r$ /%	4.5	5.6	6.4	6.8	7.2

- (1) 求  $r$  关于  $t$  的线性回归方程;
- (2) 在每使用完一整年后, 工人会对该零件进行检测分析, 若该零件在下一年使用过程中的“磨损指数”超过 10%, 则该零件需要在本次检测后立即进行报废处理. 根据(1)中的回归方程, 估计该零件使用多少年后需要进行报废处理?

参考数据:  $\sum_{i=1}^5 r_i = 30.5, \sum_{i=1}^5 t_i r_i = 98.1$ .

附: 回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} =$

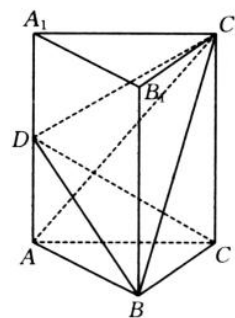
$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

18. (12分)

如图,在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, $D$  是  $AA_1$  的中点, $AC \perp BC$ , $AC=BC$ , $AB=AA_1=4$ .

(1)证明: $AC_1 \perp$ 平面  $BCD$ .

(2)求点  $D$  到平面  $ABC_1$  的距离.

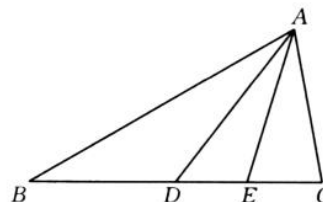


19. (12分)

如图,在  $\triangle ABC$  中, $D, E$  在  $BC$  上, $BD=2, DE=EC=1, \angle BAD = \angle CAE$ .

(1)求  $\frac{\sin \angle ACB}{\sin \angle ABC}$  的值;

(2)求  $\triangle ABC$  面积的取值范围.



20. (12分)

已知函数  $f(x) = x^2 \ln x$ .

(1) 求  $f(x)$  的单调区间;

(2) 证明:  $f(x) \geq x - 1$ .

21. (12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的长轴长为 4,  $O$  为坐标原点,  $A$  为椭圆  $C$  的右顶点,  $B$  为椭圆  $C$  的上顶点, 且  $\triangle ABO$  的面积为  $\sqrt{3}$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程.

(2) 过点  $D(2, 3)$  的直线  $l$  与椭圆相交于  $P, Q$  两点, 过点  $P$  作  $x$  轴的垂线, 与直线  $AQ$  相交于点  $M$ ,  $N$  是  $PM$  的中点, 试问直线  $AN$  的斜率是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 说明理由.

(二)选考题:共 10 分. 请考生从第 22,23 两题中任选一题作答. 如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中,曲线  $C_1$  的参数方程为 
$$\begin{cases} x = \frac{2-2t}{1+t}, \\ y = \frac{m}{1+t} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$
 以坐标原点为极点, $x$

轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho = 2\cos \theta$ .

(1) 求出  $C_1$  的普通方程和  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 若  $C_1$  与  $C_2$  有公共点,求  $m$  的取值范围.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数  $f(x) = |2x-a| + |x-3a|$ .

(1) 当  $a=1$  时,求不等式  $f(x) \leq 4$  的解集;

(2) 若  $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq |x - \frac{a}{2}| + a^2 + 1$ ,求  $a$  的取值范围.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

